

□ 戴国强 徐龙炳 陆 蓉

经济系统的非线性：混沌与分形

经济系统中,既存在线性关系又存在非线性关系。线性关系指的是可以叠加的数学关系,体现经济变量之间按比例变化的特征,反映了部分和整体之间的加和性,即因果相当性,这种系统中两个原因的合并作用等于它们各自作用的简单和。然而在现实经济系统中,非线性关系才是最普遍的。经济行为的复杂多变恰恰是非线性相互作用导致的。股价的大幅波动以及某些经济时间序列的高度自相关性清楚地表现为非线性效应。非线性关系使得因果关系失衡。因此要正确认识经济现象,就无法回避非线性问题。无论从理论上还是从实践上,都迫切需要经济学家、决策者高度重视非线性问题,这也正是非线性经济学得以蓬勃发展的重要原因。本文用混沌、分形理论讨论经济系统的非线性问题,并探讨其隐含的政策意义。

一、混沌、分形及其意义

传统经济学家的基本信条是长期的变化趋势有其深刻的经济原因,而短期的不规则涨落的原因则是外在的随机因素,结果与之相应的经济数学模型,通常是线性(或对数线性)方程加上随机项的方法。如果经济现象的不规则波动被证明是属于混沌现象,即是由经济系统内部因素之间以及内部因素与外部因素之间的内在的非线性作用关系所决定的貌似随机的行为,那么,传统的经济理论关于随机性来源的假定,对于该类经济现象就是不适用的,也就要求对这类经济现象的认识得从经济系统内部着手,寻求其内在原因。

长期以来,人们总是将运动分为两种类型:确定性运动和随机性运动,在牛顿创立经典力学后的很长一段时间内,自然科学家认为,一个确定性的系统在确定性条件下,响应也是确定性的,只要建立了方程,就可以根据初始条件来确定随后的运动。但后来发现有些系统,特别是非线性系统会表现出一种非常复杂、类似随机的行为,无法根据给定的初始条件确定系统将来的状态,于是就把这种行为称为混沌。在这种运动中,从稍有不同的初始条件出发的轨迹,将以指数规律迅速分离。

本世纪60年代以来,一些令人瞩目的发展使人们对有序和随机的认识发生了革命性的变化,长期以来关于自然界中确定性的作用和随机性起源的观念从根基上发生了动摇。1976年May在《Nature》杂志上发表了"Simple mathematical models with very complicated dynamics"一文,向人们表明了混沌理论的惊人信息:简单的确定论数学模型竟然也可以产生看似随机的行为;在此基础上Feigenbaum于1978年发现了倍周期分叉通向混沌的两个普适常数并引起了重整群思想,这是一个重大的发现,具有里程碑的意义。

对于混沌,从拓扑学角度可以将其定义为:

设 f 是集合 V 到自身的映射, 当 f 满足: (1) f 有对初始条件的敏感依赖性; (2) f 是拓扑传递的; (3) 周期点在 V 中稠密, 则 f 在 V 上是混沌的。

f 对初始条件的敏感依赖性是这样定义的:

$f: J \rightarrow J$ 有对初始条件的敏感性, 如存在 $\delta > 0, \forall x \in J$ 和 x 的任何邻域 M , 存在 $y \in M$ 和 $n > 0$, 使得

$$|f^n(x) - f^n(y)| > \delta$$

拓扑传递性是如下定义的:

$f: J \rightarrow J$ 称为是拓扑传递的, 如对任一开集 P 存在 $k > 0$, 使

$$f^k(P) \cap V \neq \emptyset$$

其中 $V \in J, J$ 为一集合, $f^k(P)$ 为函数 f 对自身的 k 次复合, 即

$$f^k(P) = f \cdot f \cdot f \cdots f(P)$$

进一步的解释为, 如果 f 所表示的系统是混沌的, 因为对初始条件的敏感依赖性, 所以该系统是不可预测的; 因为拓扑传递性, 该系统不能被分解为两个在 f 下不相互影响的子系统 (两个不变的开子集合); 在这混乱的性态当中, 规律性的成分具有周密的周期点。

混沌这种表面上看起来是随机的现象后面却隐藏着一定的规律性和秩序, 如奇异吸引子、分支、窗口等。混沌学研究的内容就是找出其中存在的规律和秩序, 并将事物发展的必然性和偶然性, 几率描述和决定论描述统一起来, 最后再将研究结果作为工具去解决实践中困扰我们的复杂性难题。

虽然许多现象显然遵循严格的确定性规则, 但大体上仍是无法预测的。混沌主要讨论非线性动力学系统的不稳定的、发散的过程, 但系统状态在相空间中总是收敛于一定的吸引子。这与分形的生成过程十分相似。如果说混沌主要在于研究过程的行为特征, 则分形更侧重于吸引子本身结构的研究。

分形或分数维, 简单地说就是没有特征尺度却有自相似的结构, 即存在标度律。分数维的发现, 使我们能从一个似乎是杂乱无章的时间序列中计算出它的分数维, 表征其结构。虽然分形现象并无统一的特征尺度, 却有标度律, 因而存在着规律性, 我们可以找到一个不变尺度——分数维。Mandelbrot 在他早期的论文中, 定义了分形集是满足 Hausdorff 维数严格大于拓扑维数的集合, 进一步地分数维一定大于拓扑维而小于它所占的空间维, 如 Cantor 集具有维数 $\ln 2 / \ln 3 = 0.631$, Koch 曲线具有维数 $\ln 4 / \ln 3 = 1.262$ 。

分形与混沌的一致性并非偶然。这种一致性的背后存在着一种根深蒂固的联系。混沌的吸引子就是分形集。分形集就是动力学系统中那些不稳定轨迹的初始点的集合, 即混沌集。在混沌性态中存在着有规律性的成分, 即奇异吸引子。

已经证明, 奇异吸引子的存在对于混沌既不是必要条件, 也不是充分条件。不过, 实际上在所有已知的混沌的有效应用中, 奇异吸引子总是存在的。因此, 应将混沌动态的存在等同于导致时间路径通向混沌的奇异吸引子的存在。奇异吸引子的潜在解释力是巨大的。

虽然混沌学排除了拉普拉斯决定论的可预见性的幻想, 但是在经济系统的研究中引入混沌、分形和分维理论后, 至少具有如下重要的意义:

第一, 经济系统的非线性对描述经济系统的数量变化引发的质变特别是突变有重大方法论的意义。从非线性来看, 一个经济系统的演化可以用一组微分方程 (常微分方程和偏微分方程) 来刻画, 系统的某一状态对应于方程某一特定解。如果状态不稳定, 那么方程的特解也不稳

定,而不稳定的特解不能描述一个在宏观上可以观察到的新质态、新结构。因此,对应于新质态新结构的特解必须是稳定的。这就要求,能正确描述经济系统演化的方程既要有不稳定的特解,也要有稳定的特解。这只能在非线性微分方程中才能实现。也即,能够使经济系统旧质态失衡而又能产生稳定的新质态的经济系统的演化过程必然要包括非线性特征。

第二,经济系统从最困难的方面也是可以预测的,因为它们在许多方面具有自相似、自同构、自复制的性质。它也是对休谟归纳表征问题的最好解答,它指出,根本不用完全归纳就能在某种程度上进行预测,局部可能具有与整体相似的“信息压缩”的性质。

混沌现象的发现开辟了科学模型化的一个新典范:一方面它意味着预测能力又受到新的根本性的限制;另一方面,混沌现象所固有的确定性表明许多随机现象实际上比过去想象的更容易预测。过去有许多过分复杂、看似随机的信息被束之高阁,实际上这些信息竟可以用简单的法则加以解释。

第三,经济系统具有多重关联性,因为就连价格这种单一经济因素也是由许多分形元组成的(对分维的性质),它是一个多维概念。

分形分维理论对于经济系统有重要的方法论意义,目前在十分困难的条件下,已经在分形分维经济学方面取得了一些重要的成果。Day 和 Boldrin 等已经提出了经济系统出现混沌的条件;Mandelbrot 通过对棉花价格的研究得出了分维为 1.7 的重要数值;中国学者陈平确定了维数为 1.5 左右的货币奇怪吸引子;Benhabib 和 Day 1981 年从消费者选择行为中发现了收入较高阶层消费者的消费行为存在的周期波动或混沌现象;Boldrin 和 Montrucchio 1986 年研究了最优经济增长中的混沌问题,得出了一个重要结论,即在许多情况下,经济行为达不到最优而是相反,只是达到了最劣的结果。目前,关于经济系统中经济弹性的分维研究也取得了一系列成果。一般地,生活日用品、必需品或一般劳务对于价格的分维值较小,而非必需品、奢侈品、娱乐品或特殊劳务对于价格的分维值较大,且具有复杂的分维结构。基尼(Gini)系数是描述收入分配平均程度的一个重要指标,它与分维有关,当收入分配集中时,其分维值就小,反之,其对应的分维值要大。

第四,相空间重构技术的应用为寻找吸引子提供了技术上的支持。混沌动力学研究提出的一项操作性很强的技术是动力学系统相空间的重构,即只通过一维的时间序列,选择适当的嵌入维数,重构原来的多维相空间,进而寻找吸引子。此方法可用于寻找经济中的奇异吸引子,并计算其维数。

1991 年,Peters 在“A Chaotic Attractor for the S&P500”一文中使用 1950 年 1 月到 1989 年 7 月的数据,在重构相空间之前先对原始数据进行非趋势化处理,得到去除趋势化的 S&P500 的分数维数近似等于 2.33。这样,此系统的动力学可在三维相空间内讨论,选三个变量即可。

第五,除了相空间重构技术外,Mandelbrot 所提出的分数布朗运动也可以用来刻画经济时间序列的长期关联性。

关于中国股票市场的分数维数,以上海股票市场的综合指数(样本区间 1990 年 12 月 19 日——1998 年 10 月 5 日)与深圳股票市场的成份指数(样本区间 1991 年 4 月 3 日——1998 年 9 月 24 日)所构成的时间序列作为研究对象,首先进行非趋势化处理,然后应用 R/S 分析法得到其 Hurst 指数分别为 $H=0.614$ 、 $H=0.643$,这样其分数维数分别为 1.629 和 1.555,并由此说明了中国股票市场具有状态持续性的特性(徐龙炳等,1999),股票市场的波动呈现出集

群性,反映了中国股票市场的内在特性。

二、混沌性探索及其诊断

如果我们能确定一个不规则的经济现象是属于混沌的,那么也就能用确定的规律性方程描述这一现象,至少从原理上讲,这是成立的;反之,若该现象不是混沌的,而是随机的,也就是说是由大量因素共同作用的结果,要把这些大量影响因素联结起来,用一个或一组方程描述就更困难了。通过对系统进行混沌诊断,能够确定一个经济现象是由多少个因素影响的,为建模中选取变量提供了参照标准,而不必将所有似乎都相关的因素内生在一个系统方程里。通过混沌诊断,还能够识别出系统发生结构性变化的转折点,这也为系统的建模和预测,提供了重要信息。

判断一个系统的动态行为是否混沌,即是否有混沌吸引子存在,一般从混沌吸引子的两个基本条件特征来判断:系统相空间中的吸引子是否具有自相似结构的分维几何体;系统对于初始条件是否具有敏感性。如果所研究的吸引子具备这两个特征,那么,我们就可以认为该吸引子是混沌吸引子,系统的行为是混沌的。

在物理学中,用于混沌诊断的方法主要有计算柯尔莫哥洛夫熵(The Kolmogorov-Entropy,简称K熵)和q阶伊(Renyi)熵、功率谱分析(Power Spectrum Analysis)、计算Lyapunov指数、分形维计算、Poincar切面分析等方法。正的Lyapunov指数意味着混沌,换句话说,正的Lyapunov指数的重要作用之一就在于判断系统的混沌行为,正的最大Lyapunov指数可以用作数学定义。因此,最大Lyapunov指数的符号比它的数值更为重要。

然而,对于经济系统来说,由于反映其运行状态的时间序列一般较短,含有噪声,也不能重复试验,因此物理学中的方法就不能直接用来诊断经济时间序列中的混沌吸引子。诊断经济时间序列混沌性往往从混沌吸引子的两个基本特征及其判断的原理出发。

虽然现有的一些非线性特性是在某些序列中发现的(如股票收益等),但是Brock和Sayers(1986)研究指出,人们不能否认这样一种假设:消除长期趋势的美国(1947—1985年)实际季度GNP数据是运用相关维数的Grassberger-Procaccia-Takens(GPT)测度,从一个AR(2)中得到的。

如果可以得到一个无限数据集,且在实际上运作得很好的话,GPT估计可以确定AR(2)的残差是否真实,但遗憾的是缺乏适用的渐进分布理论。1986年Brock-Dechert-Scheinkman弥补了上述缺陷,根据GPT维数估计提出了一种统计分布理论,即BDS统计检验。

BDS检验能够探测我们所忽视的非平稳性、非线性性。通过对时间序列进行去除趋势化的处理,判定时间序列的非线性性,进而研究其混沌性。

下面的例子(一个逻辑斯蒂方程的变化形式)将说明Boldrin和Montrucchio(1986)的结论:

$$\text{令 } f(x) = x^{a(1-\ln x) + b[(\ln x)^2 - 1]}$$

当 $\ln x = \lambda$ 时,可求出a和b——它们使对于 $x \in [1, e]$ 的 $f(x)$ 最大化,当 $\lambda = 0.5$ 时,得到 $a = 4, b = 0$,从而得到了自然对数的“逻辑斯蒂混沌”(Logistic Chaos);对于 $\lambda = 0.56$,运用 $k_{t+1} = f(k_t)$ 而产生的数据在1000个样本中,除一开始的滞后以外,(在对数中)未展示出任何明显的相关。因为f映射 $(1, e)$ 于其自身且是 C^2 的,所以Boldrin和Montrucchio定理的条件被满

足,由此得到一个 k_t 对 k_{t+1} 的回归方程:

$$k_{t+1} = 0.467 + (0.088)k_t + U_t \quad (*)$$

当然,这是与具有对数效用函数和由 $x_{t+1} = u_t(x_t - c_t)^{0.088}$ (其中 u_t 是 i. i. d.) 给出的动态的单一经济活动主体的模型相一致的。虽然(*)式甚至未能接近拟合于我们所掌握的任何实际数据,但它说明了在从决定论模型中导出呈对数线性状数据这一过程中 Boldrin 和 Montrucchio 结论的用途。

三、存在的问题

经济学家们有充分的实际理由检测出宏观数据中的非线性,并且他们也一直很清楚估计参数和评估政策干预的技术的重要性。Boldrin 和 Montrucchio(1986)的结论表明,人们能够在一个非线性决定的模型中导出一个政策函数,从线性观点来看,它确实好像是从一个对数线性随机增长模型中导出的。值得指出的是,为使这一信息有用,就有必要估计现有的非线性。经济系统本身是一个复杂的非线性系统,宏观经济变量的不规则涨落,其根源是经济系统内部的非线性相互作用,出现混沌往往也是因为非线性机制的作用。

由于许多实际经济指标的数据表现出了一种较强的随机性和有界性,这就促使人们试图用混沌的方法来研究经济中的具体数据和模型的非线性作用,并希望能从中找到实际经济运行的机理。但是在探测混沌与分形的过程中仍然存在一些问题:

1. 虽然经济过程的确处处有非线性,但如何刻化,即怎样建模,仍是一个难点。神经网络的研究与发展,为非线性问题的解决提供了广阔的前景。

2. 一旦经济运行的外部环境发生较大的变化,许多经济指标往往出现较大的涨落,因而一项出于善意的政策可能会引起与期望相悖的效果,这是系统对初始条件敏感性的一种表现,体现了经济结构的不稳定性。因此对政策效果的评价也提出了可供研究的新问题。

3. 虽然许多经济模型中出现混沌现象,但是这些结论如何很好地应用于实际经济过程以及能否很好地加以应用还值得进一步研究探讨。因此如何理解经济模型中出现混沌的意义,在这方面还有许多工作要做。

4. 关于相空间重构技术,由于受可供研究的经济数据的限制往往不能得到很好的应用,与此同时,通过相空间重构所得到的多维几何信息究竟应该选择什么样的变量来加以反映,这个问题也没有得到很好解决。

5. 如何揭示时间序列中的非线性结构。由于直接检验时间序列中的混沌面临着很大困难,这样经济学家转向检验时间序列中是否存在非线性。其原因在于非线性是存在混沌的必要条件(但不是充分条件)。进一步地,如果经济数据中存在着非线性,则意味着传统的随机型数学模型受到了严重挑战。目前的研究还主要在于检验时间序列中是否存在非线性,还不能揭示其非线性结构。揭示时间序列中的非线性结构是一个重要的研究课题。

尽管如此,可以预料的是,随着混沌与分形理论研究的不断深入,将有助于经济系统的非线性的研究。

参考文献:

1. Barnett, W. A. , et al. (eds.), Economic Complexity, Cambridge University Press, 1989
2. Boldrin, M. , and Montrucchio, L. "On the Indeterminacy of Capital Accumulation Paths," Journal of E-

conomic Theory, 1986, 40, 26—39

3. Brock, W. A., and C. Sayers "Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?" Journal of Monetary Economics, 1988, 22, 71—90

4. Brock, W. A., D. Dechert, and J. Scheinkman "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension," SSRN Working Paper, No. 8702, Department of Economics, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, 1986

5. Peters, E. "A Chaotic Attractor for the S&P 500," Financial Analysts Journal, March/April, 1991

6. Scheinkman, J. A., and B. LeBaron, "Nonlinear Dynamics and Stock Returns," The Journal of Business 62, No. 3, 1989, 311—338

7. 黄小原, 动态经济系统中的混沌, 系统工程, 1990, 8(1), 49—54

8. 徐龙炳, 陆蓉, R/S 分析探索中国股票市场的非线性, 预测, 1999, 2

9. 徐寅峰, 经济模型及经济混沌, 西安交通大学学报, 1994, 28(3), 83—86

10. 张立洪, 经济数据中存在混沌吗? 自然杂志, 1993, 16(9—10), 12—16

(戴国强系上海财经大学金融学院教授、博士生导师; 徐龙炳系上海财经大学金融学院博士研究生; 陆蓉系上海财经大学统计系硕士研究生; 单位邮编: 200433)

· 书讯 ·

《金融计算机管理》一书出版

随着我国金融体制改革的不断深化和金融市场竞争的激烈, 各银行等金融机构迫切需要以现代化的信息技术装备, 以提高金融服务的水平, 开拓新的金融服务市场, 并增强金融业自身的管理决策水平。由上海财经大学经济信息管理系芮廷先编著的《金融计算机管理》一书, 已由上海财经大学出版社出版。该书向读者介绍金融电子化的基本概念和现代金融计算机管理系统的应用, 使读者全面了解国内外金融行业电子化的历史进程及最新成果和发展趋势, 运用理论联系实际的方法, 系统地介绍现代金融计算机管理的现状、原理和操作等知识。全书共分十一章。第一、二、三、四、五章主要叙述金融电子化基本概念、金融计算机系统的计算机技术、金融计算机系统、网络环境 and 安全稽核方法, 第六、七、八、九章主要介绍银行基本业务系统、银行监督清算系统、银行综合管理系统和非银行金融机构业务系统, 第十章主要论述金融计算机系统的开发过程和方法, 第十一章讨论了现代金融计算机管理技术的发展等。本书可供从事金融电子化工作的管理人员和技术人员阅读参考, 也可以作为高等院校财经金融、工商管理、信息管理、计算机应用等专业的教学参考书。该书还可以作为金融系统广大员工进行金融电子化培训的教材。

(信息)