

单因子利率模型的极大似然估计 ——对中国利率的实证分析

潘冠中, 邵 斌

(上海财经大学 金融学院, 上海 200433)

摘 要:文章指出在对利率模型进行适当的离散化后,运用极大似然估计方法进行参数估计优于GMM方法。通过选择7天银行间拆借利率作为模型中短期利率的近似替代,我们第一次将极大似然估计法运用于中国市场,对一系列单因子利率模型的参数进行了估计,并对这些模型进行了似然比检验。我们发现,在中国市场中CKLS模型中 γ 的值约为1.5,与美国市场中的 γ 值相近,与英国市场的 γ 值相差很大,与美英两国都不同的是中国的利率变化有明显的均值回复效应。中国利率均值回复效应显著是中国人民银行对央行目标利率的调整没有美联储对联邦基金利率的调整频繁所致。

关键词:单因子利率模型;极大似然估计;CKLS模型

中图分类号:F822 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-9952(2004)10-0062-08

一、引 言

利率模型或利率期限结构模型一直是金融领域研究的热点和难点,是我们对利率衍生产品定价和风险管理不可缺少的工具。最简单但又为人们广泛使用的利率模型是所谓的单因子模型,此模型只设定一个状态变量,一般取为无违约风险的瞬时利率,即期限趋近于零时的即期利率,记为 r_t ,而这个状态变量的运动变化决定了整个利率期限结构的运动变化。我们一般可以将 r_t 的动态变化用下面的随机微分方程来描述:

$$dr_t = \mu(r_t, \theta)dt + \sigma(r_t, \theta)dW_t \quad (1)$$

其中, θ 为参数集; $\mu(r_t, \theta)$ 是随机微分方程的漂移项,表示利率变化的瞬时期望; $\sigma(r_t, \theta)$ 一般称为瞬时利率的波动率, $\sigma(r_t, \theta)^2$ 是扩散项,表示利率变化的瞬时方差; W_t 为布朗运动。

收稿日期:2004-06-09

作者简介:潘冠中(1976—),男,湖南南县人,上海财经大学金融学院博士生;

邵 斌(1964—),男,江苏南京人,上海财经大学金融学院副教授。

一个好的利率模型应该能体现三个特征,即利率(本文所指的利率为名义利率)不可能小于零,否则会存在无风险套利机会;利率有均值回复的特征;在利率水平比较高时,其波动率也较大,可称之为利率的水平效应。由(1)式可以得出大多数利率衍生产品的价格,如债券期权等。要计算出利率衍生产品的价格,还需要用金融市场上的利率或债券收益率数据估计出(1)式中的参数。金融市场上观察到的是离散的利率数据,而(1)式是一连续时间模型。为了利用离散的数据估计(1)式中的模型参数,我们需要把这个方程离散化。按照 Nowman(1997)的方法将 CKLS 模型离散化之后,本文使用了 MLE 对中国货币市场利率进行实证分析。

利率模型参数估计的另一重要问题是数据的选择。由于在现实的金融市场上不存在瞬时利率 r_t ,因而无法得到其观察值,所以研究者一般以短期利率作为其近似替代以估计利率模型的参数。金融市场上的短期利率品种有很多,经过比较,我们选择了中国货币市场银行间市场 7 天拆借利率 IBO007 作为瞬时利率 r_t 的近似替代。

近年来,国内已有研究者开始了利率模型参数估计的研究,如谢赤和吴雄伟(2002)使用 GMM 方法,以中国货币市场 30 天的银行同业拆借利率作为瞬时利率 r_t 的近似替代估计了 Vasicek 模型和 CIR 模型的参数。相比之下,本文有以下特点:(1)使用了优于 GMM 的 MLE 方法;(2)估计了更为一般的 CKLS 模型;(3)选择了中国货币市场上更具代表性的利率品种进行参数估计,数据的区间更长,更能全面地反映中国货币市场利率的特点。

CKLS 模型中的 γ 值对利率风险的对冲和利率衍生产品的定价至关重要,如 CKLS(1992)中不同的 γ 值给出的债券期权价格存在很大的差别。随着我国利率市场化进程的加快,利率衍生产品的引入指日可待,各金融机构也将会以利率衍生产品对冲投资组合的利率风险。本文利用 IBO007 的月度数据估计出了 CKLS 模型中的 γ 值,提出的方法可供我国利率风险管理和利率衍生产品定价参考。

二、利率期限结构的单因子模型

利率期限结构的单因子模型主要有 Merton 模型、Vasicek 模型、CIR 模型和 CKLS 模型。CKLS 模型是最一般的模型,其他三个模型都是这一模型的特例。

最早为利率建立连续时间模型的是 Merton(1973)。他为导出折现债券价格模型,假设利率过程是一带漂移项的布朗运动,即:

$$dr_t = \mu dt + \sigma dW_t \quad (2)$$

其中 μ 和 σ 为常数。在这一模型中,利率为负的概率大于零,并且利率均值回复的特征在这一模型中未能体现。

Vasicek(1977)提出另一模型,假设瞬时利率的动态变化服从下一随机微分方程:

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dW_t \quad (3)$$

其中, $k > 0$, θ 和 σ 为常数。 θ 表示 r_t 的长期水平。在这一模型中,利率体现了均值回复的特征。 k 表示均值回复速率, k 越大,则 r_t 在偏离其长期水平 θ 后回复的速度越快。

CIR(1985)通过对经济中的生产过程、投资者偏好等作出一系列假设,导出了一般均衡条件下瞬时利率应该服从的方程:

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma \sqrt{r_t} dW_t \quad (4)$$

其中, $k > 0$, $2k\theta \geq \sigma^2$, θ 和 σ 为常数。 θ 、 k 的解释和(3)式相同。这一模型可以看作是 Vasicek 模型的改进,它同样体现了利率均值回复的特征。在这一模型中,瞬时利率不小于零,并且瞬时利率的波动率不再是常数,它为 r_t 的增函数,当瞬时利率高时,波动率也大,从而较好地描述了利率运动变化的特点。

为检验不同的参数模型对波动率的描述是否正确,CKLS(1992)研究了一个更一般的模型,很多其他的单因子利率模型都可以纳入这一模型的框架之下:

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t \quad (5)$$

其中, α 、 β 、 γ 为常数。在 $\beta = 0$ 及 $\lambda = 0$ 时,这一模型即为 Merton 模型; $\gamma = 0$ 时,为 Vasicek 模型; $\gamma = 0.5$ 时,又为 CIR 模型。

三、CKLS 模型的极大似然估计方法

CKLS(1992)将(4)式用欧拉方法离散化,即:

$$r_{t+1} - r_t = \alpha + \beta r_t + \epsilon_{t+1} \quad (6)$$

$$E[\epsilon_{t+1}] = 0, E[\epsilon_{t+1}^2] = \sigma^2 r_t^{2\gamma} \quad (7)$$

并使用广义矩方法(GMM)对模型的参数进行了估计。他们用于估计的数据是美国国债 1 个月的到期收益率,即从 1964 年 6 月到 1989 年 11 月,总共 306 个月度数据。CKLS 估计的结果是 β 不显著,因此利率过程的均值回复效应不明显,利率近似是一个随机游走过程; γ 的值显著,为 1.5;拒绝了所有 $\gamma \leq 1$ 的模型,包括 Merton 模型、Vasicek 模型和 CIR 模型。

CKLS 的估计方法有两个不足之处:一是欧拉离散的误差比较大,并且随着数据间隔期限的拉长而增大,如由月度数据产生的误差就比每周、每天数据的误差大;二是由 GMM 得出的估计值不是最优的,即与 MLE 相比其方差不是最小的,并且矩条件选取不同,得出的参数估计值也不同,MLE 则不存在这样的问题。因此,Nowman(1997)使用了一种更好的方法来估计 CKLS 模型。他首先也是将(5)式离散化,不过他的离散方法更为精确,然后再利用 MLE 进行参数估计和假设检验。MLE 具有众所周知的三个特点,即它是一致的、渐近正态的和渐近有效的、且达到一致估计量的克拉美-劳下界。从稳定性和

有效性方面来比较,MLE要优于GMM。综上所述,Nowman的参数估计方法更具有吸引力。

Nowman(1997)同时估计了英国利率过程和CKLS(1992)中的美国利率过程,用于估计的数据是1个月的英国银行间拆借利率,跨期1975年3月至1995年3月,总计241个月度数据,美国数据和CKLS(1992)中相同。Nowman得出的结论是:英国利率的 β 值和美国一样,都不显著,从而均值回复效应也不明显,但 γ 值和美国有显著差别, $\gamma=0.2898$,大大低于美国利率的值,在5%显著水平上,只能拒绝Merton模型,而不能拒绝Vasicek模型和CIR模型。

Nowman将(5)式离散后方程为:

$$r_t = e^\beta r_{t-1} + \frac{\alpha}{\beta} (e^\beta - 1) + \epsilon_t \quad (t=1, 2, \dots, T) \quad (8)$$

其中 $\epsilon_t (t=1, 2, \dots, T)$ 满足条件:

$$E[\epsilon_s \epsilon_t] = 0 \quad (s \neq t) \quad (9)$$

$$E[\epsilon_t^2] = \int_{t-1}^t e^{2(t-\tau)\beta} \sigma^2 r_{t-1}^{2\gamma} d\tau = \frac{\sigma^2}{2\beta} (e^{2\beta} - 1) r_{t-1}^{2\gamma} \equiv m_{it}^2 \quad (10)$$

通过将 e^β 泰勒展开并取前两项,即 $e^\beta \approx 1 + \beta$,代入(8)和(10)式,即可得CKLS的离散表达式(6)和(7)。由此也可看出Nowman的离散方法比欧拉方法要精确。

定义需要估计的参数向量 $\theta = [\alpha, \beta, \gamma, \sigma^2]$,将似然函数取对数,乘以-2并去掉常数项,化简得我们需要的公式:

$$L(\theta) \equiv \sum_{t=1}^T \left\{ \ln m_{it}^2 + \frac{[r_t - e^\beta r_{t-1} - (\alpha/\beta)(e^\beta - 1)]^2}{m_{it}^2} \right\} \quad (11)$$

通过求解 $L(\theta)$ 最小化这一最优化问题,便可得到参数的估计值。

我们采用Green(1997)介绍的方法来近似计算渐近方差——协方差矩阵,其对角线元素即为各参数的渐近方差。为检验参数是否显著地异于零,我们计算了其渐近t-统计量,零假设为参数值等于零。我们还通过似然比检验判別了四个约束模型,即Vasicek模型、CIR模型、Brennan-Schwartz模型和CKLS($\gamma=1.5$)模型。其中,Brennan-Schwartz模型由以下随机微分方程表示为:

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t) dt + \sigma r_t dW_t \quad (12)$$

这样,四个约束模型按 γ 值从小到大排列。

四、数据描述

中国货币市场包括银行间拆借市场、银行间债券市场、商业票据市场等子市场。全国银行间拆借市场于1996年1月3日开始运行,拆借交易采取信用拆借模式;全国间债券市场于1997年6月16日开始运行,债券分为现券交易与回购交易两部分,债券品种包括国债、政策性金融债等。这两个市场均实行自主报价、格式化询价、确认成交的交易方式。根据《中国货币市场》(2004年

2月)的“市场数据”显示,截至2003年12月31日,债券回购有R001、R007、R014、R021、R1M、R2M、R3M、R4M、R6M、R9M和R1Y十一个品种;同业拆借有IBO001、IBO007、IBO014、IBO020、IBO030、IBO060、IBO090和IBO120八个品种。

我们用于单因子利率模型参数估计的中国货币市场利率是银行间市场的拆借利率IBO007,使用的数据是IBO007的每月加权平均利率,跨期1997年1月至2003年12月,共计84个月度数据,其中1997~1999年的数据来自《中国金融年鉴》(1999~2000),2000~2003年的数据来自国研网。选择IBO007的数据进行利率模型参数估计的理由是:银行间拆借市场先于债券回购市场一年多开始运行,包括了更长时期的数据,拆借利率能更全面地反映中国货币市场利率的特点;期限太长(1个月以上)的拆借利率品种与瞬时利率差别较大;IBO007在拆借市场中交易量最大^①,并且每个月都有交易,数据完整。

在利率模型中,各种不同期限的利率以连续复利形式表示,因此我们也将数据进行了转换,转换公式为: $R_c(\text{IBO007}) = \ln(1 + \text{IBO007}/52) \times 52$,其中 R_c 表示连续复利形式的利率。

五、估计检验结果

表1列出了利用IBO007数据得出的各短期利率模型参数估计结果。表1中无约束CKLS模型的参数估计结果显示,有三个参数的估计值在95%的置信水平上显著不为零。特别是 β 值显著不为零,这意味着利率变化有明显的均值回复特征,与理论上利率应具有的特征相符; γ 值非常显著,这说明中国利率波动率的水平效应显著。比较CKLS(1992)和Nowman(1997)中估计的结果,就利率的均值回复特征而言,中国货币市场短期利率(IBO007)的动态变化与美国、英国短期利率的动态变化都不相同,美国和英国利率的 β 值都不显著^②,因此没有明显的均值回复特征;中国利率的 γ 值略高于CKLS(1992)中的美国利率的 γ 值,与美国利率的 γ 值没有显著差别,但大大高于Nowman(1997)估计出的英国利率的 γ 值^③。

表1还列出了其他4个有约束利率模型估计出来的参数和相对于无约束CKLS模型似然比检验的 $\chi^2(J)$ 统计量—— λ 的值及其p-值。似然比检验的结果在95%的置信水平上可以拒绝Vasicek、CIR和Brennan-Schwartz模型,说明这三个模型都不能正确地描述中国货币市场利率的运动变化,主要原因是 γ 值太小, γ 值都不大于1。随着 γ 值的增大,参数约束模型的p-值也增大,似然比检验即使在90%的置信水平上也不能拒绝CKLS($\gamma=1.5$)模型,其p-值很大,等于0.9135。上述结果说明中国利率波动率的水平效应和美国利率类似,CKLS($\gamma=1.5$)模型能非常好地描述中国货币市场利率(IBO007)的动态变化。

表1 短期利率模型的参数估计(1BO007)

模型	α	β	σ^2	γ	$L(\theta)$	λ	自由度(J)
CKLS	0.0017 (2.137)	-0.0721 (-2.684)	0.1654 (1.114)	1.5215 (11.47)	-903.9160		
Vasicek	0.0022 (0.348)	-0.0768 (-0.855)	0.0001 (0.605)	0	-762.0322	141.8838 (<0.0001)	1
CIR	0.0011 (1.054)	-0.0504 (-2.421)	0.0002 (1.055)	0.5	-876.8729	27.0431 (<0.0001)	1
Brennan-Schwartz	0.0014 (1.626)	-0.0612 (-2.683)	0.0055 (1.059)	1	-896.8472	7.0688 (0.0078)	1
CKLS($\gamma=1.5$)	0.0017 (2.124)	-0.0717 (-2.694)	0.1433 (1.113)	1.5	-903.9042	0.0118 (0.9135)	1

说明:用于参数估计的数据是中国货币市场拆借利率 1BO007,跨期 1997 年 1 月至 2003 年 12 月,共计 84 个月度数据。CKLS 表示最一般的模型(5)式,其他 4 个模型为其特殊形式,按照 γ 的大小顺序排列;参数估计值下方的括号内是渐近 t-统计量; $L(\theta)$ 的值由估计出的参数代入(11)式而得; λ 是 $\chi^2(J)$ 统计量,其下方括号内为 p-值;自由度(J)为模型的约束条件个数。

从表 1 还可以发现,对于 Vasicek 模型,其 β 值 t-统计量的绝对值等于 0.855,因此 β 值与零没有显著差别,利率均值回复效应不显著。注意到 Vasicek 模型的 γ 值为零,随着 γ 值的增大,CIR、Brennan-Schwartz 和 CKLS ($\gamma=1.5$)模型参数估计的结果表明利率有明显的均值回复效应,它们 t-统计量的绝对值也随之增大。 α 值的 t-统计量也随着 γ 值的增大而增大;并且对于 $\gamma \leq 1$ 的三个利率模型, α 值都不显著,只有 CKLS($\gamma=1.5$)模型中的 α 值才表现出显著大于零的统计特征。这说明利率模型扩散项的参数形式的选择直接影响到漂移项参数的统计特征。

根据表 1 的结果可以计算出中国利率的长期水平值 θ : $\theta = -\alpha/\beta = -0.0017/-0.0721 = 2.36\%$,其经济含义是,从长期来看,当利率低于 2.36%时,利率有上升的趋势;当利率高于 2.36%时,利率有下降的趋势。

六、中国利率均值回复效应显著的解释

从理论上来说,利率应具有显著的均值回复效应:当利率水平高时,经济增长减缓,资金的需求减少,利率随之下降;当利率水平低时,经济扩张,资金的需求增加,利率也随之上升。但是,如前所述,CKLS(1992)和 Nowman (1997)实证分析的结论是利率均值回复效应不显著。怎样解释这一理论和实证检验结果之间的差异呢? Schaumburg(2001)认为,市场上利率水平的变化,除受市场上资金供求关系影响而时时波动之外,还要受到中央银行目标利率(对美国来说是联邦基金利率)调整的影响。市场供求关系使利率具有均值回复特征,但央行目标利率调整给市场利率带来的冲击使其偏离稳态(即均值回复),若央行目标利率的调整越频繁,则市场利率均值回复效应更加减弱。

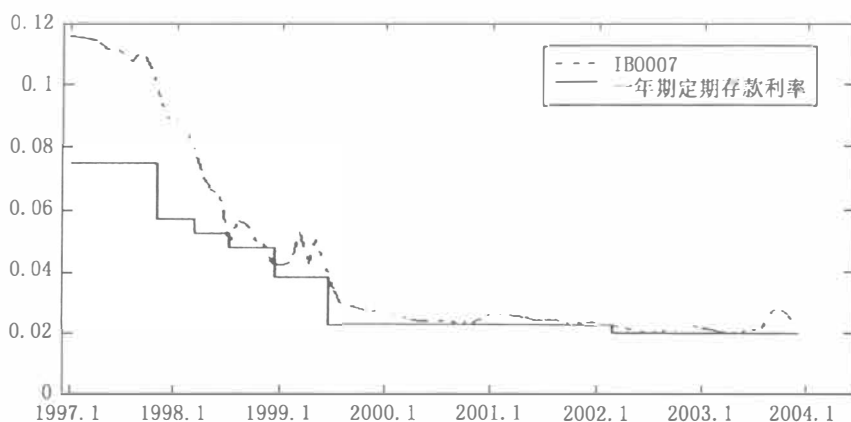


图1 七天同业拆借利率与央行利率调整

根据 Schaumburg 的理论,美联储对联邦基金利率的频繁调整给市场利率带来频繁的冲击,使其不具显著的均值回复效应;而中国人民银行对中央银行目标利率的调整频率要小得多,对市场利率的冲击没那么频繁,因此中国利率仍保持了显著的均值回复特征(见图1)^①。这为我们实证分析的结果作出了解释。

七、结 论

鉴于利率模型参数估计对利率衍生产品定价的重要性,本文选择中国货币市场银行间市场7天拆借利率作为瞬时利率 r_t 的近似替代,采用极大似然估计方法估计了CKLS模型的参数,并使用似然比检验比较了不同的利率模型。利用MLE得出的结果,本文比较了中国货币市场利率与美英两国利率的特点:中国货币市场利率的 γ 值约为1.5,利率的水平效应显著,这与CKLS(1992)得到的美国利率的 γ 值相近,与Nowman(1997)得到的英国利率的 γ 值有显著差别;中国货币市场利率具有明显的均值回复效应,这与上述文献中得到美英两国利率的特点都不相同。中国利率均值回复效应显著是中国人民银行对央行目标利率的调整没有美联储对联邦基金利率的调整频繁所致。

注释:

- ①1997~2003年间,IB0007的成交量占整个拆借市场的60%,是IB0030的15倍。
- ②在Nowman(1997)中,美国利率的 $\beta = -0.0273$,渐近 t-统计量 $= -1.54$;英国利率的 $\beta = -0.0291$,渐近 t-统计量 $= -1.7112$ 。
- ③在CKLS(1992)中,美国利率的 $\gamma = 1.4999$,渐近 t-统计量 $= 5.95$;在Nowman(1997)中,英国利率的 $\gamma = 0.2898$,渐近 t-统计量 $= 1.7620$ 。
- ④美联储对联邦基金利率的调整较为频繁。“例如,1999年6月30日至2000年5月16日,在不到一年的时间里,美联储六次上调利率,联邦基金利率从4.75%提高到6.5%,”

上升了175个基点;从2001年开始到目前,又先后13次下调利率,联邦基金利率从6.5%下降到1%,下降了55个基点,……”(引自《中国人民银行文告》2003年第13号,总第168号,第19页)。而中国人民银行对目标利率的调整则远没有这样频繁。

参考文献:

- [1]Chan K C G, Andrew Karolyi, Francis A Longstaff, Anthony B Sanders. An empirical comparison of alternative models of the term structure of interest rates[J]. The Journal of Finance 47 (July, 1992): 1209~1228.
- [2]Cox John C, Jonathan E Ingersoll Jr, Stephen A Ross. A theory of the term structure of Interest rates[J]. Econometrica 53 (March, 1985): 385~407.
- [3]Duffie, Darrell. Dynamic asset pricing theory[M]. Princeton: Princeton University Press, 2001.
- [4]Green, William H. Econometric analysis[M]. Prentice-Hall, Inc. 1997.
- [5]Merton, Robert C. Theory of rational option pricing[J]. Bell Journal of Economics and Management Science 4, no. 1 (spring 1973): 141~183.
- [6]Nowman B. Gaussian estimation of single-factor continuous time models of the term structure of interest rates[J]. Journal of Finance, Vol. 1997, 52: 1695~1706.
- [7]Schaumburg, Ernst. Empirical models of the short term Interest rate[Z]. PhD Dissertation, Princeton University, 2001.
- [8]Vasicek, Oldrich. An equilibrium characterization of the term structure[J]. Journal of Financial Economics 5 (November, 1977): 177~188.
- [9]谢赤,吴雄伟. 基于 Vasicek 和 CIR 模型中的中国货币市场利率行为实证分析[J]. 中国管理科学, 2002, (10).

Maximum Likelihood Estimation of Single-factor Interest Rate Models

——Empirical Studies of Chinese Interest Rates

PAN Guan-zhong, SHAO Bin

(School of Finance, Shanghai University of Finance and Economics,
Shanghai 200433, China)

Abstract: In this paper we point out that after proper discretization of interest rate models, the maximum likelihood estimation method (MLE) is superior to GMM for estimating parameters of these models. By using the 7-day interbank offer rate as the proxy for the short term rate in the models, we apply the MLE method for the first time to the Chinese market and estimate the parameters for several single factor interest rate models. We also perform ML ratio tests for these models. We find that the (下转第95页)

merican Economic Review, 1961, 51:638~642.

[11]Samuelson P A. An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money [J]. Journal of Political Economy, 1958, Vol. 66(5): 467~482.

There is No Over-accumulation of Capital in Chinese Economy

——A Discussion with Yongdong Shi and Zhigang Yuan

LIU Xian

(School of Economics, Nankai University, Tianjing 300071, China)

Abstract: If economy is dynamically inefficient, it means that there exists over-accumulation in capital. The empirical research of this paper shows that the over-accumulation of capital has not occurred in Chinese economy as a whole. But when we observe the economy in different regions, we find that economy in the west-part of China is dynamically inefficient. At the end of this paper, we put forward a dynamic criterion to assess optimum industry structure.

Key words: golden rule; dynamic efficiency; over-accumulation

(上接第 69 页) value of γ in the CKLS model is around 1.5 in China, comparable to its value in the US but very different from its value in the UK. In addition, we find that unlike that in the US and the UK, the movement of interest rates in China shows pronounced mean-reverting tendency. This can be explained by the fact that the People's Bank of China has made less frequent adjustments to the central bank's benchmark rate than the Federal Reserve in the US.

Keywords: single-factor interest rate models; maximum likelihood estimation; CKLS model