三种国债拍卖方式的拍卖收入比较研究

奚君羊[1],马永波[2]
(1. 上海财经大学 金融学院,上海 200433;
2. 中国农业银行资金交易中心上海分部,上海 200120)

摘　要:国债拍卖主要有美国式拍卖、荷兰式拍卖与混合式拍卖三种,但究竟哪一种拍卖方式的拍卖收入最大?学术界迄今尚无定论。文章对 W-Z 模型进行扩展,并在此基础上通过结合不同市场利率环境下投标者的不同风险偏好进行比较研究。结果表明:(1)当市场利率趋升时,若非竞争性投标量较大,则混合式拍卖收入最大;若非竞争性投标量较小,但竞争性投标者较少,且市场利率上升趋势极强,则同样是混合式拍卖收入最大,反之则荷兰式拍卖收入最大。(2)当市场利率趋降时,美国式拍卖收入最大。(3)当市场利率平稳时,何种拍卖方式收入最大无法确定。

关键词:国债;拍卖方式;拍卖收入;"赢者诅咒";利率与风险偏好

中图分类号:F830.9　**文献标识码:**A　**文章编号:**1001-9952(2006)12-0065-10

一、引　言

目前国债的拍卖方式主要有三种:美国式拍卖、荷兰式拍卖和混合式拍卖。一方面,这三种拍卖方式的中标价格以及中标者承销价格的确定机制不同,因此其拍卖的效果理论上应该有所不同;另一方面,由于国债拍卖的规模巨大,某种拍卖方式在收入上的微小优势都能够有效节约国债发行的成本。因此,世界各国的理论界和实务界都面临同一重要难题:哪种拍卖方式能够最大限度地节约国债发行的成本(或者增加国债发行的收入)?

最早对荷兰式和美国式拍卖进行比较研究的是 McAfee 和 McMillan (1987),Chari 和 Weber(1992),Bikhchandani 和 Huang(1993)等,他们认为,荷兰式拍卖类似于第二价格拍卖,而美国式拍卖类似于第一价格拍卖,因此采用荷兰式拍卖的收入要高于采用美国式拍卖。然而,Beck 和 Zender (1993)通过模型证明了如果风险中性的投标者在荷兰式拍卖下提交陡峭的需求计划,那么采用荷兰式拍卖较美国式拍卖更能给财政部带来收入上的损失。但是,Wang 和 Zen-

收稿日期:2006-07-28

作者简介:奚君羊(1955—),男,上海人,上海财经大学金融学院教授,博士生导师;
马永波(1977—),男,湖南益阳人,中国农业银行资金交易中心上海分部,经济学博士。

der(2002)在放宽投标者风险中性的假设后发现,如果竞争性投标者的数量以及非竞争性投标量的平均水平足够高,那么即使投标者提交陡峭的需求计划,荷兰式招标也能较美国式招标为财政部提供更多的收入。Chatterjea 和 Jarrow(1998)在其国债拍卖模型中整合分析了拍卖市场、发行后二级市场以及发行前市场,认为由于在荷兰式拍卖下没有"赢者诅咒"效应,因此从阻止合谋以及发债成本最小化的角度来看,荷兰式拍卖都要优于美国式拍卖。

由于美国等主要发达国家采用的都是荷兰式和美国式拍卖,因此国际上的主要研究文献都是关于对这两种拍卖方式的比较研究。混合式拍卖除了西班牙一直使用外很少有国家采用,因此涉及混合式拍卖与前面两种拍卖方式之间比较研究的文献非常少,比较有代表性的是 Klaus,Brandts 和 Christou(2002)。他们认为,在缺乏合适的理论基础以及令人满意的比较研究数据的情况下,运用实验的方法来对这三种拍卖方式进行研究较为有效。他们的研究结果表明,荷兰式和混合式拍卖的方式给拍卖者带来的收入水平都较美国式要高;有时候采用荷兰式拍卖比采用混合式拍卖的收入还要高一些,但这并不足以引起收入水平上的显著变化。

理论研究的结论无法取得一致,实证研究的结果同样存在分歧。Tsao 和 Vignola(1977) 以及 Simon (1994)都研究的是美国 1973 年 1 月至 1976 年 8 月之间的 16 次国债拍卖,然而结论却截然不同,前者认为荷兰式拍卖能够为财政部节约发行成本,后者却认为美国式拍卖能够做到这一点。Umlauf(1993)研究了 1986～1991 年墨西哥债券市场的 150 次美国式拍卖和 26 次荷兰式拍卖,结果表明,荷兰式拍卖更加有利,因为它不仅能够增加拍卖者的收入而且还能够减少投标者之间的合谋。Nyborg 和 Sundaresan(1996)比较了 1992 年 7 月至 1993 年 8 月两种拍卖方式下的平均拍卖价格对发行前市场价格的溢价,结论却是,通过比较它们的溢价无法得出荷兰式拍卖能够较美国式拍卖提供更多收入的确定结论。Tenorio(1993)以及 Feldman 和 Reinhart(1996)分别研究的是与国债拍卖类似的赞比亚外汇市场美元拍卖和 IMF 黄金拍卖,不过他们都认为荷兰式拍卖在收入上要优于美国式拍卖。

在各项研究中 Wang 和 Zender(2002)所建立的模型(以下简称 W-Z 模型)相对而言比较深入。本文对 W-Z 模型进行了扩展,将研究范围从荷兰式和美国式拍卖进一步扩展到了混合式拍卖,并将拍卖收入大小的比较与投标者风险偏好,以及市场利率环境相结合,从而弥补了 W-Z 模型没有考虑市场利率的缺陷,提升了研究结论的可靠性。

二、W-Z 模型及扩展

(一)W-Z 模型

1. 模型假设。(1)财政部(拍卖者)拍卖国债的数量为 1,其目标是预期拍

卖收入最大，拍卖的保留价格为 0。(2)存在 $N(N>2)$个信息对称的竞争性投标者，其风险回避系数为 ρ，目标是预期中标收入的效用最大。(3)非竞争性投标量为随机变量 $\hat{z}$ $(0\leqslant\hat{z}\leqslant 1)$，$\hat{z}$ 的概率密度函数为 $g(\cdot)$，分布函数为 $G(\cdot)$。为了简单起见，令：$g(z)=\frac{1}{\theta}z^{\frac{1-\theta}{\theta}}$，$\theta\in(0,+\infty)$，则 $G(z)=\int_0^z g(x)dx=z^{\frac{1}{\theta}}$，$0\leqslant z\leqslant 1$。因此，若 $\theta>1$，则预期非竞争性投标量可能较小，极端地，若 $\theta\to+\infty$，则预期非竞争性投标量为 0；若 $\theta<1$，则预期非竞争性投标量可能较大，极端地，若 $\theta\to 0$，则预期非竞争性投标量为 1。(4)投标者 $i(i=1,2,\cdots,N)$的投标策略为 $x_i(p,s_i)$，即受私人信号 $s_i(s_i\in S$，S 为信号空间)影响的在不同价格 p 上的投标数量。为了模型分析方便，假设投标者的投标策略线段连续且向右下方倾斜，但是每个投标者只投一个价格数量组合[①]。(5)投标者对拍卖国债的估价为随机变量 $\hat{v}$，则拍卖国债的价格由随机变量 $\hat{v}$ 内在决定，假定拍卖国债价格的先验概率分布为投标者所共识。(6)投标之前，投标者获得关于国债价格的私人信号，因此投标者对国债的估价属于条件估价。财政部不能观察到投标者的私人信号，但是可以知道条件投标者条件估价的分布。对风险回避的投标者而言，假定估价的期望为 $E[\hat{v}]=\bar{v}\geqslant 0$，方差为 $Var[\hat{v}]=T_V^{-1}$。

2. 模型建立。根据模型假设，所有投标者的需求 $x_i(p,s_i)$加总，可以得到拍卖的出清价格：

$$p=\begin{cases}\max\{p\mid\sum_i x_i(p,s_i)\geqslant 1-z;p\geqslant 0\} & 若\{p\mid\sum_i x_i(p,s_i)\geqslant 1-z;p\geqslant 0\}\neq\phi\\ 0 & 若\{p\mid\sum_i x_i(p,s_i)\geqslant 1-z;p\geqslant 0\}=\phi\end{cases}$$

在荷兰式拍卖下，中标投标者支付的价格均为市场出清价格 p，投标者 i 的收入为：$\hat{\pi}_i(p,s_i)=(\hat{v}-p)x_i(p,s_i)$。在美国式拍卖下，中标投标者按照各自的投标价格 p_i 支付，拍卖者的收入相当于荷兰式拍卖下的拍卖者收入，减去美国式拍卖下由于投标价格超过出清价格 p 之上而遭受的损失，即 $\hat{\pi}_i(p,s_i)=(\hat{v}-p)x_i(p,s_i)-\int_p^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt$，其中 p_{max} 为投标者 i 的最大投标价格。因此最后可将两种拍卖方式下投标者 i 的期望收入统一表示为：

$$\hat{\pi}_i(p,s_i)=(\hat{v}-p)x_i(p,s_i)-\alpha\int_p^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt \tag{1}$$

其中，α 为价格歧视参数，$\alpha\in[0,1]$。则 $\alpha=0$、$\alpha=1$ 时，等式(1)分别表示荷兰式以及美国式拍卖下投标者的期望收入。

模型的纯策略贝叶斯—纳什均衡为：对 $N(N>2)$个竞争性投标者而言，存在一个策略集 $x_i(p,s_i)=x(p,s_i)(i=1,2,\cdots,N)$，使得每个投标者 i 在私人信号 $s_i(s_i\in S)$下，其期望中标收入的效用最大。

3. 模型求解。W-Z模型的基本解为[②]：

$$(N-1)x'(p(\psi),s_j)=-\frac{(1-\alpha)x(p(\psi),s_i)g(\psi)+\alpha G(\psi)}{[V(\psi,s_i)-p(\psi)-\rho T^{-1}(\psi,s_i)x(p(\psi),s_i)]g(\psi)} \tag{2}$$

其中，统计量ψ为决定投标者i剩余供给曲线的$\hat{z}$和$s_j(j\neq i)$的所有相关信息，$p=p(\psi)$；$V(\psi,s_i)$为投标者对拍卖国债估价的期望，即$V(\psi,s_i)=E[\hat{v}\mid\psi,s_i]$；$T(\psi,s_i)$为投标者对拍卖国债估价的方差的倒数，则$T^{-1}(\psi,s_i)=Var[\hat{v}\mid\psi,s_i]$；其余参数规定与上文相同。下面分别求出两种不同拍卖方式的具体均衡解：

(1) 在荷兰式拍卖下，$\alpha=0$，则(2)式可简化为：

$$(N-1)x'(p)=-\frac{x(p)}{\bar{v}-p-\rho T_v^{-1}x(p)} \tag{3}$$

解之得：

$$p(x)=\bar{v}\left[1-\left(\frac{x}{x_0}\right)^{N-1}\right]-X\left[1-\left(\frac{x}{x_0}\right)^{N-2}\right]\frac{(N-1)\rho T_v^{-1}}{N-2} \tag{4}$$

其中，x_0为$p=0$时投标者的投标数量。

(2) 在美国式拍卖下，$\alpha=1$，则(2)式可简化为：

$$(N-1)x'(p)=-\frac{G(\psi)/g(\psi)}{\bar{v}-p-\rho T_v^{-1}x(p)}=-\frac{\theta\cdot z}{\bar{v}-p-\rho T_v^{-1}x(p)}$$
$$=-\frac{\theta(1-Nx(p))}{\bar{v}-p-\rho T_v^{-1}x(p)} \tag{5}$$

其中，z为均衡非竞争性投标量。解之得：

$$p(x)=\bar{v}-\frac{\rho T_V^{1}}{N(\theta+1)-1}[\theta+(N-1)x]-\left(\frac{1-Nx_0}{1-Nx}\right)^{\frac{N-1}{N\theta}}$$
$$\left\{\bar{v}-\frac{\rho T_V^{1}}{N(\theta+1)-1}[\theta+(N-1)x_0]\right\} \tag{6}$$

(二)W-Z模型扩展

本文将W-Z模型的研究范围由原来的荷兰式拍卖、美国式拍卖扩展到了混合式拍卖。在混合式拍卖下，由于中标投标者在投标价格低于加权平均中标价格(记为$\bar{p}$)时按照各自不同的投标价格p_i支付，而在高于时只需按照加权平均中标价格支付。这等价于采用美国式拍卖，同时对投标高于加权平均中标价格的标位给予一定的补偿。因此投标者i的预期收入可以表示为：$\hat{\pi}_i(p,s_i)=\int_{p_i}^{\bar{v}}x_i(t,s_i)dt+\int_{\bar{p}}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt$。又因为$\bar{p}=\sum_{p_i\geqslant p_}p_ix_i/\sum_{p_i\geqslant p_}x_i(0\leqslant\sum_{p_i\geqslant p_}\leqslant 1$，$p_$为最低中标价格)，可得$\int_{\bar{p}}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt\approx 1/2\int_{p}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt$③。

因此，当混合式拍卖时，$\alpha=1/2$。此时，W-Z模型的基本解(即式(2)可简化)为：

$$(N-1)x'(p)=-\frac{x(p)+\theta(1-Nx(p))}{2(\bar{v}-p-\rho T_v^{-1}x(p))} \tag{7}$$

解常微分方程(7)可得具体均衡解(即混合式拍卖下的最优投标策略)：

$$p(x)=\bar{v}-\frac{\rho T\bar{v}^{-1}}{1-N\theta}\left[\theta+\frac{2(N-1)(\theta+(1-N\theta)x)}{3-N\theta-2N}\right]-$$
$$\left[\frac{\theta+(1-N\theta)x}{\theta+(1-N\theta)x_0}\right]^{\frac{2(N-1)}{1-N\theta}}\left\{\bar{v}+\frac{\rho T\bar{v}^{-1}}{1-N\theta}\left[\theta+\frac{2(N-1)(\theta+(1-N\theta)x_0)}{3-N\theta-2N}\right]\right\} \quad (8)$$

三、模型的进一步讨论

（一）投标者风险偏好与拍卖收入大小。本文的主旨是为财政部选择能带来最大预期收入的拍卖方式。由(4)式、(6)式和(8)式可知各种拍卖方式下国债的拍卖价格，以及拍卖收入的大小均与在该方式下投标者的风险偏好程度密切相关。为了简化，只讨论投标者风险中性($\rho=0$)下各种拍卖方式拍卖收入的大小。

1. 荷兰式拍卖下，财政部的收入为：$R_{\alpha=0,\rho=0}=\int_0^1 p(z)g(z)dz=\int_0^1\bar{v}\left[1-\left(\frac{1-z}{Nx_0}\right)^{N-1}\right]g(z)dz$[4]。

由于 $x_0\uparrow$，$R_{\alpha=0,\rho=0}\uparrow$，而 $0\leqslant x_0\leqslant 1/N$[5]，所以在 $x_0=1/N$ 时，财政部可获得最大拍卖收入为：

$$R^{max}_{\alpha=0,\rho=0}=\int_0^1 p(z)g(z)dz=\int_0^1\bar{v}[1-(1-z)^{N-1}]g(z)dz \quad (9)$$

2. 美国式拍卖下，均衡投标策略为：$p(x)=\bar{v}\left[1-\left(\frac{1-Nx_0}{1-Nx}\right)^{\frac{N-1}{N\theta}}\right]$，由于 $p(x)\geqslant 0$，则 $x_0\geqslant x$，而 $0\leqslant x\leqslant 1/N$，所以 $x_0\geqslant 1/N$；又 $0\leqslant x_0\leqslant 1/N$，因此当 $x_0=1/N$ 时，可以得到惟一均衡解：$p(x)=\bar{v}$。

故财政部的收入必为：

$$R_{\alpha=1,\rho=0}=\int_0^1 p(z)g(z)dz=\int_0^1\bar{v}g(z)dz=\bar{v} \quad (10)$$

3. 混合式拍卖下，财政部的收入为：

$$R_{\alpha=1/2,\rho=0}=\int_0^1 p(z)g(z)dz=\int_0^1\bar{v}\left\{1-\left[\frac{\theta+(1-N\theta)x}{\theta+(1-N\theta)x_0}\right]^{\frac{2(N-1)}{1-N\theta}}\right\}g(z)dz$$

由于，$x_0\uparrow$，$R_{\alpha=1/2,\rho=0}\uparrow$，而 $0\leqslant x_0\leqslant 1/N$，所以在 $x_0=1/N$ 时，财政部可获得最大拍卖收入为：

$$R^{max}_{\alpha=1/2,\rho=0}=\int_0^1 p(z)g(z)dz=\int_0^1\bar{v}\{1-[N\theta+(1-N\theta)(1-z)]^{\frac{2(N-1)}{1-N\theta}}\}g(z)dz \quad (11)$$

4. 三种拍卖方式下财政部的收入大小比较：将式(11)－(9)得：

$$R^{max}_{\alpha=1/2,\rho=0}-R^{max}_{\alpha=0,\rho=0}=\int_0^1\bar{v}\{(1-z)^{N-1}-[N\theta+(1-N\theta)(1-z)]^{\frac{2(N-1)}{1-N\theta}}\}g(z)dz \quad (12)$$

通过数学软件 maple 9.5 对 θ,N 赋值运算后发现了两个重要结论[6]：

(1) 当$\theta>1$时,(12)式小于0;当$\theta\leqslant 1$时,(12)式大于等于0。这表明,预期非竞争性投标量较小时,荷兰式拍卖的收入大于混合式拍卖;预期非竞争性投标量较大时,混合式拍卖的收入大于等于荷兰式拍卖。(2) 当$\theta>1$时,N越小,(12)式越大;当$\theta\leqslant 1$时,N越大,(12)式越小,这表明当预期非竞争性投标量较小时,投标者的数量越少,则混合式拍卖和荷兰式拍卖的收入越接近。当预期非竞争性投标量较大时,投标者的数量越多,则荷兰式拍卖与混合式拍卖的收入也越接近。另外,由(9)式和(11)式,容易判断两者均小于$\bar{v}$。因此,综合比较三种拍卖方式,我们认为,在投标者风险中性的情况下,美国式拍卖较其他拍卖方式的收入要高,而荷兰式拍卖与混合式拍卖收入的大小,则取决于非竞争性投标量的大小,即θ与1的大小,另外也受到了投标者人数N的影响。大致可用公式表示为:

$$\begin{cases} R_{\alpha=1,\rho=0}>R_{\alpha=0,\rho=0}\geqslant R_{\alpha=1/2,\rho=0} & 1<\theta<+\infty \\ R_{\alpha=1,\rho=0}>R_{\alpha=1/2,\rho=0}\geqslant R_{\alpha=0,\rho=0} & 0<\theta\leqslant 1 \end{cases} \tag{13}$$

(二) 市场利率环境与投标者风险偏好。理论上,投标者的风险态度主要来源于两方面,一是拍卖机制带来的风险,记为ρ_1;二是市场风险,记为ρ_2。对于前者,美国式拍卖由于具有"赢者诅咒"效应,所以$\rho_1>0$;而荷兰式拍卖没有"赢者诅咒"效应,因此$\rho_1=0$;对于混合式拍卖而言,不仅"赢者诅咒"效应大大减弱甚至还会消失(奚君羊、马永波,2005),而且投标较低者可能会以低于加权平均中标价格的标位中标而赚取"超额利润",因此投标者往往会表现出风险偏好,即$\rho_1<0$。对于后者,则很明显,当市场利率趋于上升时,中标国债面临价格下跌的风险,故$\rho_2>0$;当市场利率趋于下降时,中标国债面临价格上涨的机会,故$\rho_2<0$;而当市场利率趋于平稳时,则$\rho_2=0$。如果每个投标者的风险偏好可以用$\rho_1+\rho_2$来表示,虽然投标者的市场风险都是一样的,但是各种拍卖机制带来的风险却不相同,所以在任何情况下投标者的总风险偏好都不相同。而以往对各种拍卖方式的收入大小的研究都假定投标者的风险偏好(ρ)相同,因此这种假定并不符合现实,这样的比较没有任何实际意义。

可见,当市场利率趋升时,若采用美国式拍卖,由于$\rho_1>0$,$\rho_2>0$,即投标者不仅担心投标过高而导致损失,而且还担心中标的国债面临较大的价格下跌风险,因此表现出极度厌恶风险,投标者即使有较大需求也不会参与投标,而会选择在二级市场上购买;若采用荷兰式拍卖,由于$\rho_2>0$,所以结果大致相同;若采用混合式拍卖,虽然$\rho_2>0$,但$\rho_1<0$,即虽然投标者也面临中标国债价格下跌的风险,但是由于其可能获得"超额利润"的诱惑,所以会表现出相对风险中性。当市场利率趋于平稳时,$\rho_2=0$,即不论采用何种拍卖方式,都不用担心来自市场的风险。但是,由于拍卖机制的影响,投标者在美国式拍卖、荷兰式拍卖以及混合式拍卖下,会分别表现出风险厌恶、风险中性和风险偏好。当市场利率趋降时,若采用美国式拍卖,由于$\rho_1>0$,$\rho_2<0$,即虽然投标者

仍然担心投标过高而遭受损失,但由于认为中标的国债可能价格会上涨,从而投标者表现为相对风险中性;若采用荷兰式拍卖,由于 $\rho_2<0$,所以投标者会因为其中标国债面临上涨的机会而表现为风险偏好;若采用混合式拍卖,$\rho_1<0$,$\rho_2<0$,因为投标者不仅可能按较低价格中标而赚得超额利润,而且可能享受所中标国债后市上涨的好处,从而投标者会表现为极度风险偏好。市场利率环境与各种拍卖方式下投资者的风险偏好之间的关系可参见表 1。

表 1　市场利率环境与各种拍卖方式下投标者的风险偏好

市场利率环境 ($\rho_1+\rho_2$)	美国式拍卖 ($\rho_1>0$)	荷兰式拍卖 ($\rho_1=0$)	混合式拍卖 ($\rho_1<0$)
市场利率趋升($\rho_2>0$)	极度厌恶	厌恶	中性
市场利率平稳($\rho_2=0$)	厌恶	中性	偏好
市场利率趋降($\rho_2<0$)	中性	偏好	极度偏好

(三) 市场利率环境、投标者风险偏好与拍卖收入大小

1. 市场利率趋升时。若采用美国式拍卖,投资者风险极度厌恶,即 $\rho\to+\infty$,此时 $R_{\alpha=1,\rho\to+\infty}\to 0$(拍卖收入不可能小于0),其代表的含义是由于投标者极度厌恶风险而很少投标,由于投标量的不足导致财政部发行的国债流标。若采用荷兰式拍卖,投资者表现为风险厌恶,即 $0<\rho<+\infty$,此时 $R_{\alpha=0,\rho>0}<R_{\alpha=0,\rho=0}$,这表示拍卖收入小于利率平稳时的拍卖收入。若采用混合式拍卖,投资者表现为风险中性,即 $\rho=0$,收入为 $R_{\alpha=1/2,\rho=0}$。

由式(13) 式可知,当 $0<\theta\leqslant 1$ 时,$R_{\alpha=1/2,\rho=0}\geqslant R_{\alpha=0,\rho=0}>R_{\alpha=0,\rho>0}>R_{\alpha=1,\rho\to+\infty}$,即当非竞争性投标量较大时,混合式拍卖收入最大,荷兰式拍卖收入其次,而美国式拍卖则由于常常流标而收入最小。当 $1<\theta<+\infty$ 时,$R_{\alpha=1/2,\rho=0}>R_{\alpha=1,\rho\to+\infty}$,$R_{\alpha=0,\rho>0}>R_{\alpha=1,\rho\to+\infty}$,即美国式拍卖收入最小,但是混合式和荷兰式拍卖的收入大小无法确定。这取决于在风险中性情况下两者的收入差(由 N,θ 决定),以及荷兰式拍卖下市场利率给投标者带来的风险偏好(ρ_2)的大小。N越小,两者的收入差越小,而如果 ρ_2 又较大,则混合式拍卖的收入很可能要高于荷兰式拍卖。即当非竞争性投标量较小时,如果竞争性投标者较少,且市场利率上升趋势较强,则混合式拍卖的收入很可能要高于荷兰式拍卖,反之则荷兰式拍卖的收入可能仍大于混合式拍卖。

2. 市场利率趋于平稳时。若采用美国式拍卖,投标者表现为风险厌恶,$0<\rho<+\infty$,$R_{\alpha=1,0<\rho<+\infty}<R_{\alpha=1,\rho=0}$。若采用荷兰式拍卖,投标者表现为风险中性,$\rho=0$,收入为 $R_{\alpha=0,\rho=0}$。若采用混合式拍卖,投标者表现为风险偏好,$\rho<0$,$R_{\alpha=1/2,\rho=0}<R_{\alpha=1/2,\rho<0}$。

由(13) 式可知,上述三种拍卖收入,即 $R_{\alpha=1,0<\rho<+\infty}$,$R_{\alpha=0,\rho=0}$ 以及 $R_{\alpha=1/2,\rho<0}$ 的大小无法判断,因此其孰优孰劣无法确定。具体的收入大小取决于投标者风险中性时三种拍卖方式收入的差(由 N,θ 决定),美国式和混合式拍卖给投标者带来的风险偏好(ρ_1),以及此风险偏好下投标者对拍卖国债估

价的方差(T_V^1)。

3. 市场利率趋降时。若采用美国式拍卖，投资者表现为风险中性，$\rho=0$，收入为 $R_{\alpha=1,\rho=0}$。若采用荷兰式拍卖，投资者表现为风险偏好，$-\infty<\rho<0$，$R_{\alpha=0,\rho=0}<R_{\alpha=0,-\infty<\rho<0}$。若采用混合式拍卖，投资者风险极度偏好，$\rho\to-\infty$，$R_{\alpha=1/2,\rho\to-\infty}\to\bar{v}$。

由于美国式拍卖可以确定地获得最大收入，而其他两种拍卖方式带来的收入只能趋近于 $\bar{v}$，故美国式拍卖为拍卖收入最大的拍卖方式。

四、结　论

各种拍卖方式收入的大小与投标者的风险偏好密切相关，而由于在不同的市场利率环境下投标者的风险偏好各不相同，因此可以结合市场利率环境来比较各种拍卖方式收入的大小。这样能够避免直接假定投标者风险偏好相同而进行拍卖方式收入的比较，因为这一假定并不符合现实，而且这样的比较具有更直接的指导意义，这是因为市场的利率环境是较投标者风险偏好更容易观测的变量。我们的研究结论归纳如下：(1) 当市场利率趋升时，若非竞争性投标量较大($0<\theta\leqslant1$)，混合式拍卖的收入最大；若竞争性投标量较小($1<\theta<+\infty$)，但竞争性投标者较少(N 较小)，且市场利率上升趋势较强(ρ_2 较大)，则仍然是混合式拍卖收入最大；而如果竞争性投标者较多(N 较大)，且市场利率上升趋势较弱(ρ_2 较小)，则荷兰式拍卖收入可能最大。但无论何种情况，美国式拍卖由于可能常常流标而收入最小。(2) 当市场利率趋降时，美国式拍卖的收入最大。(3) 当市场利率趋于平稳时，三种拍卖方式在拍卖收入上孰优孰劣无法确定。具体的收入大小取决于投标者风险中性时三种拍卖方式收入的差(由 N，θ 决定)，美国式和混合式拍卖给投标者带来的风险偏好(ρ_1)，以及此风险偏好下投标者对国债上市后估价的方差(T_V^{-1}) 等多种因素。

本文的研究结论能够较好地解释我国为什么在 2004 年上半年开始采用混合式拍卖并且效果良好的原因 。本文研究的局限性在于假设投标者之间信息对称，这一假设并不符合现实。此外，财政部在选择具体国债拍卖方式时，除了需要考虑收入因素之外，还需要考虑市场稳定的因素，因为投标者之间的合谋不仅会导致二级市场的流动性丧失，影响到央行的公开市场操作效率，而且可能导致财政部随后的筹资成本上升。至于何种拍卖方式能够最大限度地减少投标者之间的合谋，从而使得市场更加稳定，还有待今后作更深入的研究。

注释：

① 虽然投标者可以组合投标，但是为了简化，我们假设每个投标者只投一个价格数量组合(p_i，x_i)。在实践当中，每个投标者的投标往往也只是集中于少数几个数量组合。

② 具体求解步骤内容参见 Wang 和 Zender(2002) 第 694 ~ 697 页。

③ 令投标者的线性投标策略为 $p=b-\alpha x$，则 $\bar{p}=\sum_{p_i\geqslant p\_}p_i x_i/\sum_{p_i\geqslant p\_}x_i=\int_0^{(b-p\_)/\alpha}(b-\alpha x)xdx/\int_0^{(b-p\_)/\alpha}xdx=b/3+2p\_/3\int_{\bar{p}}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt=\int_{b/3+2p\_/3}^{b}(b-p)/\alpha dp=2(b-p\_)^2/9\alpha,\int_{p}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt=\int_{p\_}^{b}(b-p)/\alpha dp=(b-p\_)^2/2\alpha$，因此可得：$\int_{\bar{p}}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt=4/9\int_{p}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt\approx 1/2\int_{p}^{p_{max}}x_i(t,s_i)dt$，经计算验证，$\alpha=1/2$ 与 $\alpha=4/9$ 时拍卖方式收入大小的比较结果一致，但由于取 $\alpha=1/2$ 能够大大简化运算过程和篇幅，因此，在下文运算中采用 $\alpha=1/2$，这样处理对本文的结论不构成影响。

④ 此处，我们用 $R_{\alpha=0,\rho=0}$ 来代表荷兰式拍卖下($\alpha=0$) 投标者风险中性时($\rho=0$) 的财政部收入，下文中表述方法类似。

⑤ 当 $p=0$ 时，投标者的投标数量 x_0 可以大于 $1/N$，但是模型假定投标者同质，所以即使投标者投标的数量再多，其最终也只能最多中标 $1/N(z=0)$ 的量，所以这里取 $0\leqslant x_0\leqslant 1/N$。

⑥ 由于常数 $\bar{v}>0$，因此只需对 $f=\int_0^1\{(1-z)^{N-1}-[N\theta+(1-N\theta)(1-z)]^{\frac{2(N-1)}{1-N\theta}}\}g(z)dz$ 进行估计，我们采用数学软件 maple 9.5 对其进行大量赋值运算后发现：对任一 $N(N>2)$ 值，当 $\theta\in(0,1]$ 时，$f\in[0,0.05]$；当 $\theta\in(1,+\infty)$ 时，$f\in[-0.2,0)$。此外，通过画图可以清楚地发现，对给定任一 $\theta\in(0,+\infty)$，N 越大，则 f 越小；N 越小，则 f 越大。

参考文献：

[1]Back Kerry, Jaime F Zender. Auctions of divisible goods: On the rationale for the treasury experiment [J]. The Review of Financial Studies, 1993, 6(4): 733～764.

[2]Barker-Rogers, Tammy Marie. The auction of financial securities: A study of the treasury auction market [D]. PhD Dissertation, the Graduate Faculty of Texas Tech University, August 2001: 21～34.

[3]Bikhchandani S, C Huang. The economics of treasury securities markets[J]. Journal of Economic Perspective, 1993, (7): 117～134.

[4]Chatterjea, Arkadev, Robert A Jarrow. Market manipulation, price bubbles and a model of the U. S. treasury securities auction market [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1998, 33(2), 225～290.

[5]Chari V V, Robert J Weber. How the U. S. treasury should auction its debt [J]. Federal Reserve Bank of Minneapolis. Quarterly Review, 1992, 16(4): 3～12.

[6]Feldman R, Reinhart V. Flexible estimation of demand schedules and revenue under different auction formats[R]. Working paper, 1996.

[7]Gordy M B. Multiple bids in multiple-unit common value auction[R]. Mimeo, Board of Governors of the Federal Reserve System, 1996.

[8]James J D Wang, Jaime F Zender. Auctioning divisible goods [J]. Economic Theory, 2002, (19): 673～705.

[9]Klaus Abbink, Jordi Brandts, Paul Pezanis Christou. Auction for government securities: A laboratory comparison of uniform, discriminatory and spanish Design[R]. ECARES

working paper, November 2002.

[10]McAfee R P, J McMillan. Auctions and bidding[J]. Journal of Economic Literature, 1987, (30): 699~738.

[11]Nyborg, Kjell G, Suresh Sundaresan. Discriminatory versus uniform treasury auctions: Evidence from when issued transactions[J]. Journal of Financial Economics, 1996, 42 (1): 63~104.

[12]Simon, David P. Markups, quantity risk, bidding strategies at treasury coupon auction [J]. Journal of Financial Economics, 1994, 35(1): 43~62.

[13]Saikat Nandi. Treasury auctions: What do the recent models and results tell us? [J]. Economic Review-Federal Reserve Bank of Atlanta, 1997, (4): 4~14.

[14]Tenorio, Rafael. Revenue equivalence and bidding behavior in a multi-unit auction market: An empirical analysis[J]. The Review of Economics and Statistics, 1993, 76(5): 302~314.

[15]Umlauf, Steven R. An empirical study of the mexican treasury bill auction[J]. Journal of Financial Economics, 1993, (33): 313~340.

[16]奚君羊,马永波. 国债拍卖方式的理论探讨及其检验[J]. 上海金融, 2005, (3): 41~42.

A Comparative Study on Revenue under Three Auction Formats of Treasury Bonds

XI Jun-yang[1], MA Yong-bo[2]

(1. *School of Finance, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai* 200433, *China*; 2. *Treasury Department, Agriculture Bank of China, Shanghai* 200120, *China*)

Abstract: Based on the model (Wang and Zender(2002)), this paper creatively puts Discriminatory auction, Uniform-price auction and Spanish auction in a single model, and compares their revenues for bidder's different risk preference in different interest rate environment. The results show, (1) when market interest rate is rising and noncompetitive demand is strong, Spanish auction can provide the maximum revenue; when noncompetitive demand is weak, the number of competitive bidder is small and market interest rate tends to rise strongly, Spanish auction can provide the maximum revenue, otherwise Uniform-price auction can do. (2) When market interest rate is declining, Discriminatory auction can achieve the same goal. (3) When market interest rate is stable, it is still unclear which can provide the maximum revenue.

Key words: bonds; auction format; auction revenue; winner's curse; interest rate and risk preference

（责任编辑　喜　雯）