

我国住房抵押贷款提前还款的博弈分析

施锡铨¹, 张 森²

(1. 上海财经大学 金融学院; 2. 上海财经大学 统计学系, 上海 200433)

摘要:本文在介绍住房抵押贷款的三种还款方式即每月等额本息还款、每月等额本金还款和到期一次还本付息方式的基础上,对住房抵押贷款的提前还款行为从借款人和银行两方面进行了分析,通过构建博弈分析模型得出银行对住房抵押贷款提前还款加收违约金的必要性,并从提前还款服务成本补偿、提前还款后资金闲置损失补偿和预期收益减少损失补偿三个方面对违约金的收取标准进行了设计。

关键词:住房抵押贷款;提前还款;博弈分析;违约金

中图分类号:F830.589 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-9952(2002)10-0035-08

目前,住房抵押贷款已经成为我国城市居民购房的主要方式,同时也是银行优良贷款的重要组成部分。前不久,由于住房抵押贷款提前还款现象的增多,多家银行声称将对提前还款加收违约金,引起强烈反响。那么,银行究竟该不该对提前还款加收违约金呢?如果加收违约金,其额度又该如何计算呢?本文将对此作全面分析。

一、住房抵押贷款还款方式分析

目前的住房抵押贷款主要有三种还款方式:即每月等额本息还款、每月等额本金还款和到期一次还本付息。下面先简要分析一下这三种方式。

先看一个例子。假如贷款人贷款总额 A 为 10000 元,贷款期限 n 为 6 年。年利率 i 为 5.85%,按月还本付息,则采用前两种还款方式的每月还款明细情况如表 1 所示。

(一)每月等额本息还款。此种方式下,每月的本息还款总额相同,计算公式为:

$$a = A \cdot \frac{i}{12} \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} / \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1 \quad (\text{公式 1})$$

通过计算可知,本例中的每月本息还款总额相同,均为 165.02 元,其中又包含两部分:

(1)按上月末贷款余额计算的利息。即:某月等额本息还款额中的利息 = 上月末贷款余额 \times 月贷款利率。例如,本例中第 9 个月末,尚余贷款余额 8932.91 元,则第 10 个月还款额中的利息额为: $8932.91 \times 5.85\% \div 12 = 44.14$ 元。

(2)本金。其数额为:某月等额本息还款额中的本金 = 每月还款额 - 该月等额本息还款额中的利息。

收稿日期:2002-06-28

作者简介:施锡铨(1944-),男,浙江湖州人,上海财经大学金融学院教授、博士生导师;

张 森(1970-),女,黑龙江绥化人,上海财经大学统计学系讲师,博士生。

表1 每月等额本息还款及每月等额本金还款计算表

单位:元

月次	每月等额本息还款				每月等额本金还款			
	本金余额	还利息	还本金	月还款额	本金余额	还利息	还本金	月还款额
1	10000.00	48.75	116.27	165.02	10000.00	48.75	138.89	187.64
2	9883.73	48.18	116.84	165.02	9861.11	48.07	138.89	186.96
3	9766.89	47.61	117.41	165.02	9722.22	47.40	138.89	186.28
4	9649.48	47.04	117.98	165.02	9583.33	46.72	138.89	185.61
5	9531.50	46.47	118.56	165.02	9444.44	46.04	138.89	184.93
6	9412.95	45.89	119.13	165.02	9305.56	45.36	138.89	184.25
7	9293.81	45.31	119.71	165.02	9166.67	44.69	138.89	183.58
8	9174.10	44.72	120.30	165.02	9027.78	44.01	138.89	182.90
9	9053.80	44.14	120.88	165.02	8888.89	43.33	138.89	182.22
10	8932.91	43.55	121.47	165.02	8750.00	42.66	138.89	181.55
11	8811.44	42.96	122.07	165.02	8611.11	41.98	138.89	180.87
12	8689.38	42.36	122.66	165.02	8472.22	41.30	138.89	180.19
13	8566.71	41.76	123.26	165.02	8333.33	40.63	138.89	179.51
14	8443.46	41.16	123.86	165.02	8194.44	39.95	138.89	178.84
15	8319.60	40.56	124.46	165.02	8055.56	39.27	138.89	178.16
16	8195.13	39.95	125.07	165.02	7916.67	38.59	138.89	177.48
17	8070.06	39.34	125.68	165.02	7777.78	37.92	138.89	176.81
18	7944.38	38.73	126.29	165.02	7638.89	37.24	138.89	176.13
19	7818.09	38.11	126.91	165.02	7500.00	36.56	138.89	175.45
20	7691.18	37.49	127.53	165.02	7361.11	35.89	138.89	174.77
21	7563.65	36.87	128.15	165.02	7222.22	35.21	138.89	174.10
22	7435.50	36.25	128.77	165.02	7083.33	34.53	138.89	173.42
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
52	3286.37	16.02	149.00	165.02	2916.67	14.22	138.89	153.11
53	3137.37	15.29	149.73	165.02	2777.78	13.54	138.89	152.43
54	2987.64	14.56	150.46	165.02	2638.89	12.86	138.89	151.75
55	2837.18	13.83	151.19	165.02	2500.00	12.19	138.89	151.08
56	2685.99	13.09	151.93	165.02	2361.11	11.51	138.89	150.40
57	2543.07	12.35	152.67	165.02	2222.22	10.83	138.89	149.72
58	2381.40	11.61	153.41	165.02	2083.33	10.16	138.89	149.05
59	2227.99	10.86	154.16	165.02	1944.44	9.48	138.89	148.37
60	2073.82	10.11	154.91	165.02	1805.56	8.80	138.89	147.69
61	1918.91	9.35	155.67	165.02	1666.67	8.13	138.89	147.01
62	1763.25	8.60	156.43	165.02	1527.78	7.45	138.89	146.34
63	1606.82	7.83	157.19	165.02	1388.89	6.77	138.89	145.66
64	1449.63	7.07	157.95	165.02	1250.00	6.09	138.89	144.98
65	1291.68	6.30	158.72	165.02	1111.11	5.42	138.89	144.31
66	1132.95	5.52	159.50	165.02	972.22	4.74	138.89	143.63
67	973.45	4.75	160.28	165.02	833.33	4.06	138.89	142.95
68	813.18	3.96	161.06	165.02	694.44	3.39	138.89	142.27
69	652.12	3.18	161.84	165.02	555.56	2.71	138.89	141.60
70	491.28	2.39	162.83	165.02	416.67	2.03	138.89	140.92
71	327.65	1.60	163.42	165.02	277.78	1.35	138.89	140.24
72	164.22	0.80	164.22	165.02	138.89	0.68	138.89	139.57
合计	-	1881.56	10000.00	11881.56	-	1779.38	10000.00	11799.38

例如,本例中第10个月还款额中的本金为:

$$165.02 - 44.14 = 120.88 \text{ 元}$$

可见,每月等额本息还款方式下,各月等额本息还款额中的利息和本金金额都不相同,且随着还款时间的推移和贷款余额的降低,每月还款额中的利息逐渐减少,本金逐渐增加。

(二)每月等额本金还款。此种方式下,每月还本金的金额相同,均为138.89元,计算方法为:

$$b = A/12n \tag{公式2}$$

在此基础上再加上按上月末贷款余额计算的利息,就得到每月还款额,即:

$$\begin{aligned} \text{每月还款额} &= A/12n + \text{按上月贷款余额计算的利息} \\ &= A/12n + \text{上月末贷款余额} \times \text{月贷款利率} \end{aligned}$$

例如,本例中第9个月末,尚余贷款余额8750.00元,则:

$$\begin{aligned} \text{第10个月还款额} &= 10000 \div (12 \times 6) + 8750.00 \times (5.85\% \div 12) \\ &= 138.89 + 42.66 = 181.55 \text{ 元} \end{aligned}$$

即应还本金138.99元,应还利息42.66元,合计还款181.55元。

因此,每月等额本金还款方式下,各月还款总额和其中的利息都不相同,且随着还款时间的推移和贷款余额的降低,每月还款总额中的利息逐渐减少,月还款总额也相应减少。

(三)到期一次还本付息。这种还款方式目前仅适用于贷款期限为一年的短期住房抵押贷

款,对城市普通购房居民吸引力不大,也基本上不会产生提前还款问题,其到期利息计算公式为:

$$I = A \cdot i \cdot n \quad (\text{公式 3})$$

二、从博弈论的观点看我国目前住房抵押贷款提前还款行为的合理性

博弈论的原理告诉我们,在市场经济中,任何一种契约交易行为,交易双方都应有权按照自身利益最大化原则选择最有利于自己的行为方式,并通过磋商,最终达成互相妥协的方案。住房抵押贷款的提前还款行为,作为住房抵押贷款合同行为的一部分,实际上是借款人与银行之间的一场博弈,理应遵守上述原则。但是,在我国目前的政策环境下,住房抵押贷款的提前还款行为,存在着较大的不合理性,是一场有缺陷的博弈。

(一)借款人提前还款的行为分析。借款人提前归还抵押贷款,一般包括部分归还和全部清偿。借款人提前归还抵押贷款主要有以下原因:(1)借款人收入水平上升,经济实力增强,还款能力增加;(2)单位对职工发放数额较大的一次性住房现金补贴,规定需用于购房或还款;(3)贷款人其它投资方式如股票投资、实业投资的期望收益率下降,不如将资金用于还款;(4)银行储蓄利率调低,法定住房抵押贷款利率与银行储蓄利率差额加大,提前还款可减少利差损失;(5)法定住房抵押贷款利率调低。由于中国人民银行规定,法定住房抵押贷款利率调整后,各商业银行对已经发放的住房抵押贷款,至下一年一月份再按新利率重新进行还款计算,因此,已经发放的住房抵押贷款利率的调整滞后于法定住房抵押贷款利率的调整,对借款人不利,提前还款则可将此影响降至最低。

另外,我国规定一所住房夫妻双方只能申请一次抵押贷款,且选定一家银行后一般不能变更,因此,以新贷款还旧贷款,在我国并不可行,不是提前还款的主要原因。

借款人提前归还抵押贷款,不管是部分归还还是全部清偿,都将加速偿还本金,减少利息支付。假如借款人于贷款后第 t 年末提前还款,还款金额为 A_t ,由于利随本清的原则,那么借款人将少支付剩余利息(即还款金额 A_t 在正常还款条件下剩余期限内的利息)。对于等额本息还款法,利用(公式 1),以 A_t 代替 A ,以 $n-t$ 代替 n ,可得提前还款金额 A_t 在正常还款条件下剩余期限内每月应还等额本息总额 a_t ,从而可得 A_t 在正常还款条件下的剩余利息 I_t :

$$a_t = A_t \cdot \frac{i}{12} \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n-t)} \left/ \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n-1)} - 1\right. \quad (\text{公式 4})$$

$$I_t = a_t \cdot 12(n-t) - A_t \quad (\text{公式 5})$$

对于等额本金还款法,利用(公式 2),以 A_t 代替 A ,以 $n-t$ 代替 n ,可得 b_t ,则 A_t 在正常还款条件下的剩余利息 I_t 为:

$$b_t = \frac{A_t}{12(n-t)} \quad (\text{公式 6})$$

$$I_t = \frac{i}{12} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} (A_t - k \cdot b_t) = \frac{A_t \cdot i}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k] \quad (\text{公式 7})$$

采用到期一次还本付息方式时,由(公式 3)知, A_t 在正常还款条件下的剩余利息 I_t 为:

$$I_t = A_t \cdot \frac{i}{12} \cdot 12(n-t) = A_t \cdot i \cdot (n-t) \quad (\text{公式 8})$$

可见三种还款方式下提前还款,都将使还款人少付利息 I_t ,只是其金额不同。

储蓄利率调整而已发放住房抵押贷款利率调整滞后时,提前还款相对于储蓄存款对借款人机会收益的影响说明如下:令 i_0 为年储蓄利率或无风险利率, i'_0 为降息后的储蓄利率,而年贷款利率不变,如果采用等额本金还款方式,则对借款人而言,未降息时提前还款的机会收益 PI_t 为:

$$PI_t = A_t \cdot (i - i_0) \left/ 12^2(n-t) \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k] \right. \quad (\text{公式 9})$$

储蓄利率下降后的机会收益 PI'_t 为:

$$PI'_t = A_t \cdot (i - i'_0) / 12^2(n-t) \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k] \quad (\text{公式 } 10)$$

如果采用到期一次还本付息方式,则对借款人未降息时提前还款的机会收益为:

$$PI_t = A_t \cdot (i - i_0) \cdot (n-t) \quad (\text{公式 } 11)$$

储蓄利率下降后的机会收益为:

$$PI'_t = A_t \cdot (i - i'_0) \cdot (n-t) \quad (\text{公式 } 12)$$

由于 $i'_0 < i_0$, 所以 $PI'_t > PI_t$, 即储蓄利率下调, 借款人提前还款的机会收益增加。计算表明, 采用等额本息还款方式, 在储蓄利率下调而贷款利率因存在时滞保持不变的情况下, 借款人提前还款的机会收益也是增加的, 只是计算公式更趋复杂。

(二) 提前还款对银行的影响。对银行来说, 住房抵押贷款的提前归还, 虽然使本金提前收回, 但同时也使银行损失了预期利息收益。但由于住房抵押贷款利率不仅比储蓄利率高许多, 而且安全性良好, 因此住房抵押贷款属银行优质资产, 其大规模地提前回收对银行很不利。

借款人提前还款后, 银行对该客户提前还款额的预期利息收益变为零, 由于无风险收益的存在, 在此情况下, 银行的预期收益损失 NI_t 在数值上正好等于上文所述提前还款情况下的借款人的机会收益 PI_t , 即: $NI_t = PI_t$ 。

在等额本金还款方式和一次还本付息方式下, 分别如上文的(公式 9)和(公式 11)所示。

同理, 储蓄利率下降时, 提前还款后银行的预期收益损失 NI'_t 在等额本金还款方式和一次还本付息方式下, 数值上分别等同(公式 10)和(公式 12)的 PI'_t , 因此, 储蓄利率下调, 提前还款后银行的预期收益的损失增加。

(三) 博弈分析。上述行为中等额本金还款方式下借款人与银行两者的博弈模型见表 2、表 3。

表 2 模型 1.1: 等额本金还款方式且储蓄利率未变

		银 行	
		同意提前还款	不同意提前还款
借 款 人	提前还款	$\frac{A_t \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k], 0$	$0, \frac{A_t \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$
	不提前还款	$0, \frac{A_t \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$	$0, \frac{A_t \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$

表 3 模型 1.2: 等额本金还款方式且储蓄利率下降

		银 行	
		同意提前还款	不同意提前还款
借 款 人	提前还款	$\frac{A_t \cdot (i - i'_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k], 0$	$0, \frac{A_t \cdot (i - i'_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$
	不提前还款	$0, \frac{A_t \cdot (i - i'_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$	$0, \frac{A_t \cdot (i - i'_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$

到期一次还本付息方式下, 借款人与银行两者的博弈模型见表 4、表 5。

表 4 模型 2.1: 一次还本付息方式且储蓄利率未变

		银 行	
		同意提前还款	不同意提前还款
借 款 人	提前还款	$A_t \cdot (i - i_0) \cdot (n-t), 0$	$0, A_t \cdot (i - i_0) \cdot (n-t)$
	不提前还款	$0, A_t \cdot (i - i_0) \cdot (n-t)$	$0, A_t \cdot (i - i_0) \cdot (n-t)$

表 5 模型 2.2: 一次还本付息方式且储蓄利率下降

		银 行	
		同意提前还款	不同意提前还款
借 款 人	提前还款	$A_t \cdot (i - i'_0) \cdot (n-t), 0$	$0, A_t \cdot (i - i'_0) \cdot (n-t)$
	不提前还款	$0, A_t \cdot (i - i'_0) \cdot (n-t)$	$0, A_t \cdot (i - i'_0) \cdot (n-t)$

从上述模型可以看出, 住房抵押贷款的提前还款行为是一种两者零和博弈, 但经过划线法求

解,却不存在 Nash 均衡解。这说明,目前的住房抵押贷款的提前还款行为是一种有缺陷的博弈,在机制设计方面存在问题,需予以完善。在现实中,为解决这些问题,国家只能出台硬性规定,即借款人可以依据自己利益最大化原则选择提前还款与否,但银行对借款人的提前还款要求只能被动接受,承受损失。其实,通过银行对提前还款征收违约金,可以合理解决上述问题。

目前,对于商业性住房抵押贷款的还款违约,我国商业银行普遍只对逾期还款收取罚息,而对提前还款尚未有惩罚对策。例如,工商银行的商业性住房抵押贷款合同中,对未如期归还的逾期贷款规定了 2.1% 的罚息,对提前还款则这样规定:如果提前归还部分贷款,则提前归还部分不再计息,如果提前归还全部贷款,则按合同利率档次结清最后一次还本付息额。而事实上,西方商业银行一般均在还款合同中规定提前还款违约金的征收。

如果在订立住房抵押贷款合同时,双方约定对提前还款征收违约金的具体金额为 y ,则借款人与银行两者的博弈模型见表 6、表 7。

表 6 模型 3:等额本金还款方式

		银 行	
		同意提前还款	不同意提前还款
借 款 人	提前还款	$\left(\frac{A_1 \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k] \right) - y, y$	$0, \frac{A_1 \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$
	不提前还款	$0, \frac{A_1 \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$	$0, \frac{A_1 \cdot (i - i_0)}{12^2(n-t)} \cdot \sum_{k=0}^{12(n-t)-1} [12(n-t) - k]$

表 7 模型 4:一次还本付息方式

		银 行	
		同意提前还款	不同意提前还款
借 款 人	提前还款	$A_1 \cdot (i - i_0) \cdot (n - t) - y, y$	$0, A_1 \cdot (i - i_0) \cdot (n - t)$
	不提前还款	$0, A_1 \cdot (i - i_0) \cdot (n - t)$	$0, A_1 \cdot (i - i_0) \cdot (n - t)$

可见,在上述模型中增加对提前还款行为征收违约金 y 的约定后,如果借款人提前还款,那么银行将向借款人收取违约金的具体金额为 y 。对银行来讲,违约金 y 的征收可以使其在提前还款行为发生时的预期收益由 0 变为 y ,从而弥补其损失;对借款人来讲,违约金 y 的征收使其机会收益减少的金额为 y 。这里存在着均衡解。随着设计和征收的违约金的具体金额 y 的不同,借款人将选择是否提前还款。同时,违约金征收的多少也将影响到银行长期业务的开展。从长远看,借款人与银行之间的博弈是多阶段动态博弈,对违约金征收的金额也存在讨价还价的情况。总之,问题的关键是设计出公平合理的违约金征收的标准。

另外,住房抵押贷款提前还款行为的违约金设计对将来实行住房抵押贷款证券化之后防范和控制银行和其他投资者所承担的风险具有重要意义。

三、提前还款的违约金设计

在我国,对商业性住房抵押贷款的提前归还,其违约金不能简单地按某事先设定的固定比率收取,而应考虑到我国的实际情况,以适当弥补银行损失为原则,综合商业性住房抵押贷款的方式、期限、利率和社会无风险收益率及各商业银行平均资金收益水平等因素,合理进行设计。

(一)违约金的构成要素。具体地,违约金应该包括以下几部分:

1. 提前还款服务成本补偿 y_1 。提前还款使贷款银行提供额外的人力进行服务,增加了服务成本,提前还款者理应对此进行补偿。显然,银行额外的服务成本仅与提前还款次数成正比,与提前还款额无关,因此,具体的提前还款服务成本补偿应为:

$$y_1 = m \cdot L \quad (\text{公式 13})$$

其中: L 为贷款银行员工的单位时间劳动成本, m 为贷款银行提供一次提前还款服务的平均

时间。

2. 提前还款后资金闲置损失补偿 y_2 。在正常还款情况下, 银行可以预先制定详细的资金计划, 使回笼资金及时得以配置, 产生最大效益。而住房抵押贷款突然提前归还, 不但打破了银行预先制定的资金计划, 也使得银行在短期内无法对提前归还的贷款进行效益最大化处置, 造成资金的短期闲置。违约金中的资金闲置损失补偿, 即是对此的补偿。在正常经营状态下, 贷款银行一段时间内的各类业务资金的综合收益总是稳定在某一与其经营能力相对应的水平, 此即该贷款银行的平均资金收益水平。在资金计划顺利实施的情况下, 借款者按期归还的资金总是能立即纳入该贷款银行正常的营运中去并获取平均资金收益, 而在大多数情况下, 提前归还的贷款资金在闲置期只能获取社会无风险收益率。因此, 社会无风险收益与贷款银行平均资金收益的差额, 基本可视作贷款银行的资金闲置损失, 提前还款者应予以补偿, 其计算公式为:

$$y_2 = A_1 \cdot (i - i_0) \cdot t_1 \quad (\text{公式 14})$$

上式中, 社会无风险收益率 i_0 可采用储蓄收益率, i 为贷款银行的平均资金收益率, 各贷款银行可定期依据历史资料滚动计算得到并对外公布; t_1 为资金平均闲置的时间, 各贷款银行可根据各自情况确定, 但一般不应超过 3 个月。

3. 预期超额收益减少损失补偿 y_3 。银行的各类资金, 出于分散风险、稳健经营等原因, 在银行资金结构中行使不同功能, 如企业贷款、国债投资、央行存款等。量小面广、风险偏高的商业性住房抵押贷款, 是银行资金构成中获取利润的主要产品, 银行为开展此类业务也付出了更多的服务, 因此银行总是期望从住房抵押贷款业务中获得高于其平均资金收益水平的收益。住房抵押贷款的提前归还, 不但影响了贷款银行的资金结构, 使得这种预期超额收益无法实现, 也使已经付出的服务无法得到回报, 因此, 提前还款者有必要为贷款银行超过其平均资金收益水平的预期超额收益的减少进行补偿, 降低提前还款对贷款银行的不利影响。

住房贷款利率与银行的平均资金收益率的差额, 可用于估计在剩余期限内银行因客户提前还款而遭受的预期收益减少值, 从而计算预期超额收益减少的补偿额。由于商业性住房抵押贷款的方式、期限以及提前还款的时间等情况多种多样, 贷款银行针对每一客户提前还款的预期超额收益减少值也不一样, 需要区分不同情况逐个计算。

假定 P 为客户提前还款的预期超额收益减少值, 则其补偿额应为:

$$y_3 = h \cdot P \quad (\text{公式 15})$$

其中 h 为调整系数, 取值可在 0 至 1.5 之间, 取值越大, 对提前还款者的惩戒作用越大, 各贷款银行可酌情确定。

由以上三部分加总可得到违约金总额, 即违约金总额为:

$$y = y_1 + y_2 + y_3 \quad (\text{公式 16})$$

上述违约金构成要素及计算方法可以事先写入借款合同中, 对提前还款做出征收违约金的约定。

(二) 各种贷款方式下提前还款的预期超额收益减少值。在每月等额本息还款和每月等额本金还款方式下, 由于贷款银行的预期收益是随着时间推移逐月实现的, 因此, 提前还款时提前还款额的预期超额收益减少值, 应是提前还款额正常还款条件下剩余各月应收利息与其对应平均资金收益差额的现值的累计, 即:

$$P = \sum_{m=1}^{12(n-1)} a'_m - a''_m / \left(1 + \frac{i}{12}\right)^m \quad (\text{公式 17})$$

上式中, a'_m 为提前还款额正常还款条件下剩余各月应收利息, a''_m 提前还款额正常还款条件下剩余各月对应平均资金收益。

1. 每月等额本息还款方式。此种方式下, 提前还款时提前还款额的预期超额收益减少值无

法给出具体的计算公式,只能利用计算机逐月折现累加计算。例如,假定客户采用每月等额本息还款方式,借款期限为6年,年利率为5.85%,于第三年末提前还款1万元,贷款银行的平均资金收益率为4%,则银行因提前还款而产生的预期超额收益减少值可计算如下:

(1) 计算提前还款额正常还贷条件下每月应还本息额:

$$a_t = \frac{A_t \cdot \frac{i}{12} \cdot \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n-t)}}{\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12(n-t)} - 1} = \frac{10000 \cdot \frac{5.85\%}{12} \cdot \left(1 + \frac{5.85\%}{12}\right)^{12(6-3)}}{\left(1 + \frac{5.85\%}{12}\right)^{12(6-3)} - 1} = 303.54$$

(2) 逐月计算提前还款额正常还款条件下剩余各月应收利息(a'_m)、应收利息的银行对应平均资金收益(a''_m)、两者的差额($a'_m - a''_m$)及差额的现值 $a'_m - a''_m / \left(1 + \frac{i}{12}\right)^m$, 其中 $a''_1 = A_t \cdot \frac{i}{12}$, m 大于1时, $a''_m = (A_t - \sum_{k=1}^{m-1} (a_t - a'_k)) \cdot \frac{i}{12}$, $k=1, 2, \dots, (m-1)$ 。

(3) 计算 P , 即 $\sum_{m=1}^{12(n-t)} a'_m - a''_m / \left(1 + \frac{i}{12}\right)^m$ 。具体计算过程见表8。结果表明,本例中的 P 为275.78元。

表8 收益差额现值计算表

单位:元

月份	本金余额	应收利息	应收本金	应收小计	对应平均 资金收益	收益差额	收益差 额现值
m	-	a'_m	$a_t - a'_m$	a_t	a''_m	$a'_m - a''_m$	$a'_m - a''_m / \left(1 + \frac{i}{12}\right)^m$
1	1000.00	48.75	254.79	303.54	33.33	15.42	15.34
2	9745.21	47.51	256.03	303.54	32.48	15.02	14.88
3	9489.18	46.26	257.28	303.54	31.63	14.63	14.42
4	9231.90	45.01	258.53	303.54	30.77	14.23	13.96
5	8973.36	43.75	259.80	303.54	29.91	13.83	13.50
6	8713.57	42.48	261.06	303.54	29.05	13.43	13.05
7	8452.51	41.21	262.33	303.54	28.18	13.03	12.59
8	8190.17	39.93	263.61	303.54	27.30	12.63	12.14
9	7926.56	38.64	264.90	303.54	26.42	12.22	12.70
10	7661.66	27.36	266.19	303.54	25.54	11.81	11.25
11	7395.47	36.06	267.49	303.54	24.65	11.40	10.81
12	7127.98	34.75	268.79	303.54	23.76	10.99	10.37
13	6859.19	33.44	270.10	303.54	22.86	10.57	9.93
14	6589.09	32.12	271.42	303.54	21.96	10.16	9.49
15	6317.67	30.80	272.74	303.54	21.06	9.74	9.05
16	6044.93	29.47	274.07	303.54	20.15	9.32	8.62
17	5770.86	28.13	275.41	303.54	19.24	8.90	8.19
18	5495.45	26.79	276.75	303.54	18.32	8.47	7.76
19	5218.70	25.44	278.10	303.54	17.40	8.05	7.34
20	5940.60	24.09	279.45	303.54	16.47	7.62	6.91
21	4661.15	22.72	280.82	303.54	15.54	7.19	6.49
22	4380.33	41.35	282.19	303.54	14.60	6.75	6.07
23	4098.15	19.98	283.56	303.54	13.66	6.32	5.65
24	3814.58	18.60	284.94	303.54	12.72	5.88	5.23
25	3529.64	17.21	286.33	303.54	11.77	5.44	4.82
26	3243.31	15.81	287.73	303.54	10.81	5.00	4.41
27	2955.58	14.41	289.13	303.54	9.85	4.56	4.00
28	2666.45	13.00	290.54	303.54	8.89	4.11	3.59
29	3275.90	11.58	291.96	303.54	7.92	3.66	3.18
30	2083.95	10.16	293.38	303.54	6.95	3.21	2.78
31	1795.57	8.73	294.81	303.54	5.97	2.76	2.37
32	1495.75	7.29	296.25	303.54	4.90	2.31	1.97
33	1199.51	5.85	297.69	303.54	4.00	1.85	1.58
34	901.81	4.40	299.14	303.54	3.01	1.39	1.18
35	602.67	2.94	300.60	303.54	2.01	0.93	0.78
36	302.07	1.47	302.07	303.54	1.01	0.47	0.39
合计		927.45	1000.00	10927.45	634.15	293.30	275.78

2. 每月等额本金还款方式。经推导,其具体计算公式为:

$$P = \frac{A_t \cdot (i - \bar{i})}{12^2 \cdot (n - t)} \cdot \sum_{m=0}^{12(n-t)-1} [12 \cdot (n - t) - m] / \left(1 + \frac{i}{12}\right)^{m+1} \quad (\text{公式 } 18)$$

上例中,假定客户采用每月等额本金还款方式,其它条件不变,则银行因提前还款而产生的预期超额收益减少值可计算如下:

$$P = \frac{10000 \cdot (5.85\% - 4\%)}{12^2 \cdot (6 - 3)} \cdot \sum_{m=0}^{12(6-3)-1} [12 \cdot (6 - 3) - m] / \left(1 + \frac{5.85\%}{12}\right)^{m+1}$$

$$= 268.40$$

3. 到期一次还本付息方式。其计算式为:

$$P = A_t \cdot (i - \bar{i}) \cdot (n - t) / (1 + i)^{n-t} \quad (\text{公式 19})$$

四、主要结论

1. 住房抵押贷款的提前还款,对借款人有利,因为提前归还本金而减少了借款人的利息支出,如果适逢银行降息,那么提前还款将增加借款人的机会收益;在我国目前住房抵押贷款为优质资产的情况下,住房抵押贷款的提前还款将减少银行的预期收益,给银行带来损失。

2. 依据博弈分析的原理,我国目前的住房抵押贷款提前还款行为是借款人和银行间一场有缺陷的博弈,按照市场经济的本质要求,需予以改善。

3. 新的博弈分析模型表明,对住房抵押贷款的提前还款收取违约金,将使住房抵押贷款提前还款行为更趋合理。

4. 考虑到我国的实际情况,以适当弥补银行损失为原则,违约金应由提前还款服务成本补偿、提前还款后资金闲置损失补偿和预期超额收益减少损失补偿三部分组成。

参考文献:

- [1]陈钊. 住房抵押贷款提前还款行为分析[J]. 上海金融,2001,(1).
 [2]彼得·S·罗斯(唐旭,王丹译). 商业银行管理[M]. 北京:经济科学出版社,1999.
 [3]施锡铨. 博弈论[M]. 上海:上海财经大学出版社,2000.

A Game Analysis of Prepayment of Mortgage and the Methods to Impose Penalty

SHI XI-quan¹, ZHANG Miao²

- (1. College of Finance, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China;
 2. Department of Statistics, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200433, China)

Abstract: Based on the introduction of the three ways of paying back mortgage, that is: paying the capital and interest by the same amount every month; paying the capital by the same amount every month and paying the capital and interest once and for all when the mortgage is due, the paper analyzes the behaviour of prepayment of mortgage from the two sides of both the borrower and the bank. It concludes that it is very necessary for the bank to impose fine for prepayment through constructing the analysis model of game theory, then it gives some suggestions on the standard of charge penalty for prepayments by banks from three ways: compensation for the service cost of prepayment; loss compensation for idle fund and loss compensation for the shrink of expected profit after prepayment.

Key words: mortgage; prepayment; game theory; penalty